

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**АНГАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ**

**Кафедра
Управление на автомобильном транспорте**

Черепанов А.П.

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ПРОСТЕЙШИХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

Учебно - методическое пособие по дисциплине
«СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ»
для студентов технических и строительных
специальностей очной и заочной форм обучения

Ангарск
2019

ББК 30.121

УДК 620.10

Ч 46

Черепанов А.П. Расчет на прочность простейших элементов конструкций. Учебно - методическое пособие по дисциплине «Сопротивление материалов» для студентов технических и строительных специальностей очной и заочной форм обучения. Кафедра УАТ. Ангарск: Ангарский государственный технический университет, 2019– 230 с, 107 рисунков, 15 таблиц, 2 приложения.

Учебно - методическое пособие предназначено для изучения методов расчета на прочность простейших элементов конструкций и выполнения контрольных заданий по дисциплине «Сопротивление материалов» для студентов технических и строительных специальностей очной и заочной форм подготовки бакалавриата по направлениям: технологические машины и оборудование, строительство, технология транспортных процессов, и других специальностей.

Рецензент

к.т.н., доцент кафедры МАХП Асламов А.А.

**Рекомендовано к изданию учебно-методическим советом
Ангарского государственного технического университета**

© Черепанов А.П., 2019

© Кафедра УАТ, 2019.

© Ангарский государственный технический университет, 2019

© Министерство науки и высшего образования Российской Федерации, 2019.

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	7
Общие методические указания	8
Порядок выполнения контрольных работ	9
Условные обозначения	11
Основные принципы инженерных расчетов на прочность	14
Построение эпюр внутренних силовых факторов	16
1. Расчет прочности стержней при центральном растяжении и сжатии	19
1.1 Краткие теоретические сведения	19
1.2 Правила построения эпюр продольных сил	21
1.3 Примеры расчета и построения эпюр продольных сил	22
1.4 Расчет прочности стержней, нагруженных продольными внешними нагрузками	31
1.5 1.5. Расчет прочности стержней при растяжении-сжатии	35
1.6. Типы расчетов стержней на растяжение-сжатие	36
1.7. Расчет деформаций и перемещений при растяжении-сжатии стержней	38
1.8. Пример выполнения контрольного задания № 1. Расчет прочности и деформации стержня на растяжение-сжатие	41
1.9. Контрольные вопросы для самопроверки знаний по теме растяжения и сжатия стержней	52
2. Расчет прочности стержней при кручении	53
2.1 Краткие теоретические сведения	53
2.2 Определение неизвестного момента при кручении	57
2.3. Построение эпюр крутящих моментов	58
2.4. Примеры расчета валов и построения эпюр крутящих моментов	59
2.5. Контроль правильности построения эпюры крутящих моментов	63
2.6. Напряжения. Расчеты на прочность при кручении	65
2.7. Условие прочности при кручении	67
2.8. Деформация вала. Расчеты на жесткость	68

2.9. Пример выполнения контрольного задания № 2. Расчет прочности и деформации вала при чистом кручении	71
2.10. Контрольные вопросы для самопроверки знаний по кручению стержней	82
3. Расчет прочности балок при плоском поперечном изгибе	83
3.1 Краткие теоретические сведения	83
3.2. Определение внешних усилий и моментов при изгибе	84
3.3. Определение внутренних усилий и моментов при изгибе	85
3.4. Дифференциальные зависимости при изгибе	87
3.5. Правило знаков внутренних усилий и моментов	90
3.6. Примеры расчета и построения эпюр балок, работающих на изгиб	91
3.7. Примеры построения эпюр внутренних усилий	94
3.8. Напряжения при чистом изгибе балки	99
3.9. Расчеты на прочность балок, работающих на изгиб	103
3.10. Пример выполнения контрольного задания № 3. Расчет консольной балки на прочность при изгибе	106
3.11. Расчет балки круглого сечения из условия прочности по нормальным напряжениям	111
3.12. Расчет балки прямоугольного сечения из условия прочности по нормальным напряжениям	113
3.13. Построение эпюр поперечных сил и моментов при равномерно распределенной нагрузке	119
3.14. Пример выполнения контрольного задания № 4. Расчет балки на прочность при действии распределенной внешней нагрузке и изгибающего момента	123
3.15. Контрольные вопросы для самопроверки знаний по расчету балок на изгиб	138
4. Расчет элементов конструкций на срез (сдвиг)	139
4.1. Основные типы соединений, работающих на срез и сдвиг	140
4.2. Краткие теоретические сведения	140

4.3. Общий порядок расчета заклепочных и болтовых соединений	142
4.4. Расчет заклепочных и болтовых соединений на срез	146
4.5. Расчет заклепок и соединяемых листов на смятие	150
4.5. Расчет прочности соединяемых заклепками пластин	157
4.6. Некоторые допущения, принятые при расчете на срез	159
4.7. Дополнительные задачи на сдвиг	160
4.8. Примеры выполнения контрольного задания № 4. Расчет на прочность заклепочных и болтовых соединений на срез и смятие	161
4.10. Контрольные вопросы для самопроверки знаний по заклепочным и болтовым соединениям	168
5. Расчет прочности сварных соединений	170
5.1. Краткие теоретические сведения	170
5.2. Расчет стыковых сварных швов	170
5.3. Расчет угловых сварных швов	175
5.4. Расчет лобового сварного соединения внахлест с перекрытием пластин	177
5.5. Расчет флангового сварного соединения внахлест	178
5.6. Расчет таврового сварного соединения	184
5.7. Примеры выполнения контрольного задания № 5. Расчет на прочность сварных соединений	200
5.8. Контрольные вопросы для самопроверки знаний по сварным соединениям	203
6. Расчет прочности винтовых пружин с малым шагом витков	204
6.1. Краткие теоретические сведения	204
6.2. Напряжения и деформации в винтовых пружинах с малым шагом витков	210
6.3. Жесткость и осадка винтовых пружин	217
6.4. Порядок выполнения контрольной работы № 6. Расчет прочности винтовых пружин с малым шагом витков	219

6.5. Контрольные вопросы для самопроверки знаний по расчету пружин	227
Литература	227
Приложение 1. Титульный лист отчета по выполнению контрольных работ	228
ПРИЛОЖЕНИЕ 2. Варианты заданий к контрольной работе	229

ВВЕДЕНИЕ

Основные принципы инженерных расчетов конструктивных элементов на прочность излагаются в учебной дисциплине «Сопротивление материалов».

Сопротивление материалов – наука о прочности, жесткости и надежности элементов конструкций. Методами сопротивления материалов ведутся практические расчеты и определяются необходимые размеры деталей машин, различных конструкций и сооружений. При проектировании сооружений, зданий, машин, механизмов и деталей инженеру приходится выбирать материал, поперечные размеры для каждого элемента конструкции. Чтобы этот элемент без разрушения или искажения своей формы сопротивлялся действию внешних сил, передающихся на него соседними элементами. Изучается также поведение различных материалов при действии на них внешних нагрузок, даются методы подбора для каждого элемента детали и конструкции материала, который бы выдерживал заданные нагрузки. Определяются поперечные размеры элемента детали и конструкции в зависимости от внешних нагрузок.

Сопротивление материалов включает следующие области знаний – аналитическую, основанную на математике и механике и служащую для обоснования законов и расчетных формул, экспериментальную служащую для определения и обоснования прочностных механических характеристик различных конструкционных материалов и практические методы расчетов прочности элементов конструкций.

Учебно - методическое пособие (далее пособие) предназначено для изучения студентами методов расчета на прочность простейших элементов конструкций путем выполнения контрольных заданий и получения студентами практических навыков самостоятельного выбора методов расчета, составления расчетных схем, определения внутренних силовых факторов от действия внешних нагрузок, построения эпюр сил, моментов, перемещений и деформаций, определения нормальных и касательных напряжений, запасов прочности, подбора поперечных сечений, материала конструктивных элементов и формулирования выводов по результатам выполнения расчетов, а также работы со справочной литературой.

ОБЩИЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

Целью учебно - методического пособия является закрепление теоретических знаний, полученных студентами при изучении дисциплины «Сопротивление материалов».

В пособии рассмотрена последовательность расчётов, приведены формулы, примеры выполнения и варианты контрольных заданий. Дана справочная литература.

Контрольная работа состоит из шести заданий для освоения первой части дисциплины «Сопротивление материалов» (в зависимости от специальности) охватывающих основные разделы теоретического курса, решать которые рекомендуется в течение семестра по мере изучения теоретического материала. По каждому разделу дисциплины кратко изложен теоретический материал. Даны методические указания по выполнению заданий, приведены порядок решения с краткими пояснениями и примеры конкретного выполнения расчета соответствующего элемента конструкции.

Примеры решения контрольных заданий не входят ни в один из вариантов, приведенных в приложениях и не могут использоваться в качестве выполненной работы.

Выполненные работы должны соответствовать заданному варианту.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ

По заданному варианту для каждого задания предлагается выполнить расчет прочности и подобрать сечение:

1. Стержня на центральное растяжение-сжатие;
2. Вала на кручение;
3. Балки на изгиб.
4. Заклепочного и болтового соединения.
5. Сварного соединения.
6. Винтовой пружины сжатия.

Контрольные работы оформляются в виде расчётно-пояснительной записки объёмом (20 - 30 листов формата А4). Титульный лист оформляется по образцу, приведенному в приложении 1.

На титульном листе указывается номер варианта, заданный преподавателем или определенный по таблице вариантов (приложение 2).

В начале пояснительной записки приводится содержание разделов выполненных заданий. Решение каждой задачи начинается с записи ее условия, эскиза конструктивного элемента с установкой внешних нагрузок и размеров. Номер варианта определяется по таблицам, приведенным в приложениях.

При выполнении заданий приводятся пояснения, необходимые для их выполнения, краткие пояснения хода и результатов расчета, хода построения эпюр и эскизов элементов конструкций.

Формулы, рисунки, графики и эпюры должны быть выполнены четкими линиями и иметь соответствующие пояснения.

В начале задачи должны быть записаны все данные в соответствии с заданным вариантом. Например, механические характеристики материала:

Предел прочности $\sigma_B = \dots$, МПа;

Предел текучести $\sigma_T = \dots$, МПа;

Марка материала: Сталь 45. Сталь Ст3 или другие данные.

После написания расчетных формул следует записывать обозначения и их пояснения, например:

$[\sigma]$ – допускаемое нормальное напряжение, МПа.

После каждой формулы и в конце результата расчета следует показать единицы измерения (м, мм, мм², МПа, кН и др.), например: $A = 50 \text{ мм}^2 \cdot [\sigma] = 100 \text{ МПа}$.

Результаты расчетов должны иметь пояснения и заканчиваться выводами.

Например, условие прочности выполняется. Если условие не выполняется, следует указать, что нужно предпринять для его выполнения. И показать ход решения, при котором условие будет выполняться.

В конце пояснительной записки приводится перечень используемой литературы.

УСЛОВНЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

F, P	- сосредоточенная сила
N	- продольная (нормальная) сила
q	- интенсивность распределенной нагрузки
M	- сосредоточенный момент
Q_x, Q_y	- поперечные силы, направленные вдоль осей x, y
M_x, M_y	- изгибающие моменты в поперечном сечении бруса относительно осей x, y
$T, M_{кр}$	- крутящий момент в поперечном сечении бруса
M_u	- изгибающий момент в поперечном сечении бруса
b	- ширина
t	- толщина
l	– длина, пролет
l_w	- длина сварного шва
x	- продольная ось стержня
y, z	- главные центральные оси инерции поперечного сечения стержня.
σ	- нормальное напряжение (общее обозначение)
σ_x, σ_y	– нормальные напряжения на площадках с нормальными параллельными осям x и y
$\tau, \tau_\alpha, \tau_{xy}$	- касательное напряжение (общее обозначение)
$\sigma_{см}$	- нормальное напряжение при смятии
σ_m	- предел текучести

РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ПРОСТЕЙШИХ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ

σ_b	- временное сопротивление (предел прочности)
R_{bp}	- расчетное сопротивление смятию болтовых соединений
R_{bs}	- расчетное сопротивление срезу болтов
R_{bt}	- расчетное сопротивление болтов растяжению
R_s	- расчетное сопротивление стали сдвигу
R_u	- расчетное сопротивление стали растяжению, сжатию, изгибу по временному сопротивлению
R_{un}	- временное сопротивление стали разрыву, принимаемое равным минимальному значению σ_b по государственным стандартам и техническим условиям на сталь
R_y	- расчетное сопротивление стали растяжению, сжатию, изгибу по пределу текучести
$[\sigma], [\tau]$	- допускаемые нормальное и касательное напряжения
n	- коэффициент запаса прочности
$[n]$	- допускаемый (требуемый) коэффициент запаса прочности
γ	- угол сдвига (относительная угловая деформация)
E	- модуль продольной упругости
G	- модуль упругости при сдвиге (модуль сдвига)
μ	- коэффициент Пуассона
φ	- угол поворота поперечного сечения бруса при кручении
θ	- относительный угол закручивания

A	- площадь поперечного сечения бруса брутто
I_x, I_y	- осевые моменты инерции сечения относительно осей x, y
I_p	- полярный момент инерции сечения
I_{xy}	- центробежный момент инерции сечения
i_x, i_y, i_z	- радиусы инерции сечения относительно соответствующих осей
$i_{\min}$	- наименьший радиус инерции сечения
W_x, W_y, W_z	– моменты сопротивления сечения относительно осей $x-x, y-y$ и $z-z$ соответственно
W_p	- полярный момент сопротивления сечения

ОСНОВНЫЕ ПРИНЦИПЫ ИНЖЕНЕРНЫХ РАСЧЕТОВ НА ПРОЧНОСТЬ

Как известно, на любую конструкцию и на каждый ее элемент действуют внешние нагрузки:

- сосредоточенные нагрузки, действующие на небольших участках поверхности детали, например, давление колеса на рельсы и т.п.
- распределенные нагрузки приложены значительным участкам поверхности, например, давление жидкости или давление воздуха на крыло самолета и т.д.
- объемные или массовые нагрузки приложены к каждой частице материала, например, силы тяжести, силы инерции.

Нагрузки могут быть статическими и динамическими.

Статическими нагрузками считают нагрузки, медленно изменяющиеся во времени, их обычно принимают постоянными. Динамическими считают нагрузки, быстро меняющиеся во времени (циклические, ударные и др.).

Не вдаваясь в детальный анализ процесса разрушения можно отметить, что разделение тела на части может произойти, в случае если внутренние силы превзойдут силы сцепления отдельных частиц материала. В сопротивлении материалов не учитывается атомная структура материала, из которого изготовлена конструкция. Принято считать, что сплошность и однородность материала обеспечивается гипотетическими внутренними силами. Внутренние силы взаимодействия между частицами тела, возникающие в материале, приняты как противодействие внешним нагрузкам. Они стремятся сохранить форму детали и противодействуют изменению взаимного расположения ее частей и препятствуют деформации или разрушению материала детали.

По этой причине для суждения о прочности элемента крайне важно сопоставлять максимальные внутренние усилия с предельными механическими характеристиками для данного конструкционного материала. Для этого нужно знать закон изменения внутренних усилий по длине элемента.

Величиной внутренних сил определяется возможность разрушения в опасном сечении элемента конструкции.

Таким образом, для решения задач сопротивления материалов необходимо уметь выявлять, а затем определять величину и направление внутренних сил и моментов, мерой которых являются нормальные и касательные напряжения в самом материале рассчитываемого элемента конструкции. Для этого внешние нагрузки (силы или моменты) уравнивают внутренними силами и моментами, чтобы элемент конструкции оставался в постоянном равновесии с внешними нагрузками (силами или моментами). При расчете прочности элемент конструкции считается неподвижным.

Определение внутренних продольных сил при растяжении (сжатии), поперечных сил и моментов при изгибе, моментов при кручении проводят методом сечений «РОЗУ», который заключается в следующем:

1. Рассекают стержень плоскостью, перпендикулярной продольной оси, в том месте, где хотят определить внутреннюю продольную, поперечную силу или внутренний момент.
2. Отбрасывают одну из частей стержня (правую или левую).
3. Заменяют действие отброшенной части стержня на оставшуюся часть, внутренней продольной, поперечной силой или моментом, которые необходимо определить.

4. Уравновешивают действие внешних нагрузок и внутренних сил и моментов, действующих на оставленную часть стержня, составляют уравнения равновесия.

Из уравнения равновесия определяют искомую внутреннюю силу или момент – внутренний силовой фактор (ВСФ), действующий в оставшейся части элемента, строят эпюры сил, эпюры моментов, перемещений и деформаций. По эпюрам определяют внутренние силовые факторы в каждом сечении по длине оставшейся части элемента, а затем и по всей длине стержня. Методы определения ВСФ для каждого конкретного случая приведены в соответствующих разделах учебного пособия.

ПОСТРОЕНИЕ ЭПЮР ВНУТРЕННИХ СИЛОВЫХ ФАКТОРОВ

Графики, показывающие изменение внутренних усилий и моментов в сечениях по длине бруса или стержня, называются эпюрами ВСФ. Для каждого случая рассчитывают и строят эпюры сил, моментов, перемещений и деформаций.

Необходимость построения эпюр. Первый вопрос, на который должен получить ответ конструктор, состоит в том, какие по величине и направлению ВСФ действуют в различных сечениях бруса или стержня вдоль его оси. Эпюры необходимы для определения вида нагружения в зависимости от ВСФ и определения опасного сечения, которое также определяется величиной ВСФ.

В каждом сечении тела, естественно, внутренние усилия и моменты различны по величине и направлению.

Таким образом, эпюры дают картину распределения ВСФ по длине бруса или стержня.

Общие правила построения эпюр:

1) Эпюра строится для каждого из ВСФ, соответственно для каждого в виде отдельного графика распределения внутренних сил и моментов.

2) Определяются границы участков бруса. В общем случае границы участков это сечения бруса, в которых:

- приложены сосредоточенные силы;
- начинается и заканчивается действие распределенной нагрузки;
- опорные и концевые сечения. В некоторых случаях в качестве границ участков берут сечения, в которых изменяется форма или размеры поперечного сечения бруса или сечения, в которых изменяется материал бруса.

3) Ось эпюры всегда проводится параллельно оси бруса.

4) Ординаты ВСФ на эпюре откладываются по нормали к оси эпюры.

5) Для каждого из ВСФ принимается определенное правило знаков.

6) Ордината на эпюре показывает величину и знак внутреннего усилия или момента, действующего в том сечении тела, где расположена эта ордината.

7) Ординаты откладываются строго в масштабе с учетом знака ВСФ. На эпюрах проставляются числа, показывающие значения ВСФ в характерных сечениях и их размерность.

8) На эпюры наносится штриховка, показывающая направление отсчета ординат (т.е. штриховка наносится перпендикулярно оси бруса).

Порядок построения эпюры:

- 1) Изображается схема бруса с приложенными внешними силами.
- 2) С использованием уравнений равновесия определяются величина и направление опорных реакций.
- 3) Определяются границы участков.
- 4) На каждом участке проводится произвольное сечение и указывается его текущая координата.
- 5) Для каждого участка *с учетом правила знаков* записывается в общем виде выражение для определяемого внутреннего силового фактора.
- 6) В общее выражение ВСФ для рассматриваемого участка подставляются значения координат начала и конца этого участка - определяются значения ординат эпюры.
- 7) Значения ординат откладываются на оси эпюры с учетом знака и выбранного масштаба.
- 8) Наносят штриховку, проставляют знаки, указывают обозначение ВСФ, для которого построена эпюра, и его размерность. Штриховку наносят перпендикулярно линии 0-0.
- 9) Контроль правильности построения эпюр проверяется по скачкам или по уравнениям равновесия.

1. РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ СТЕРЖНЕЙ ПРИ ЦЕНТРАЛЬНОМ РАСТЯЖЕНИИ И СЖАТИИ

1.1. Краткие теоретические сведения

Центральным растяжением-сжатием называется такой вид деформации, при котором в поперечном сечении стержня (бруса) возникает только одно внутреннее усилие – продольная сила N .

Это возможно в случае, когда систему внешних нагрузок (рисунки 1.1 а, б) можно привести к равнодействующей, направленной вдоль оси стержня (рисунок 1.1 в, г).

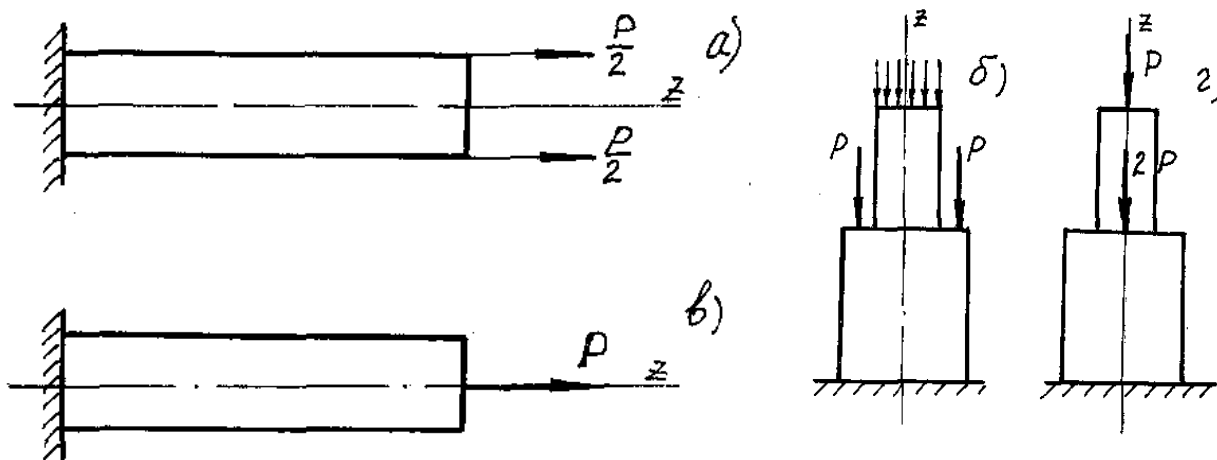


Рисунок 1.1. Схемы нагружения стержня при растяжении-сжатии

Знаки продольных сил определяют исходя из расчетной схемы, руководствуясь следующими правилами:

1.1.1. Если внешняя нагрузка P действует по направлению оси z , то силу N задают в противоположном направлении, это означает, что участок стержня растянут (рисунок 1.2 а).

1.1.2. Если внешняя нагрузка P действует в противоположном направлении оси z , то силу N задают в направлении оси z , это означает, что участок стержня сжат (рисунок 1.2 б).

1.1.3. Если из расчетной схемы видно, в каком направлении действует внешняя нагрузка P на рассматриваемом участке, то удобнее выбрать направление продольной силы N в противоположном направлении.

1.1.4. Если продольная сила N направлена от сечения, и вместе с внешней нагрузкой P вызывает растяжение стержня, то принимают знак плюс (+) (рисунок 1.2 а).

1.1.5. Если продольная сила N направлена к сечению, и вместе с внешней нагрузкой P сжимает стержень, то принимают знак минус (рисунок 1.2 б).

1.1.6. В общем случае продольную силу N направляют от сечения. Если в результате расчета она получается со знаком (-) то меняют ее направление, зачеркивая предыдущее направление и далее ее считают со знаком (+).

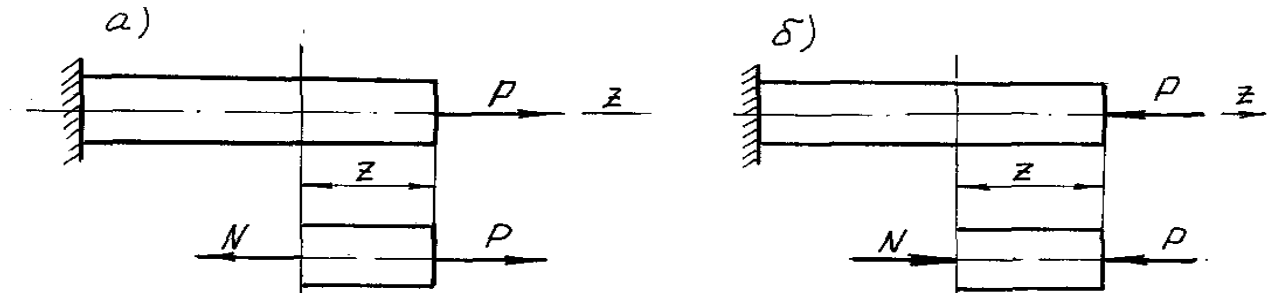


Рисунок 1.2 - Правило знаков при растяжении-сжатии

Во всех случаях нагружения стержня уравнения равновесия записывают так:

$$\sum Z = 0$$

Составляют уравнение равновесия с учетом действующих сил (Рисунок 1.2 а):

$$P - N = 0 \rightarrow N = P;$$

по рисунку 1.2 б) уравнение равновесия будет иметь вид:

$$-P + N = 0 \rightarrow N = P,$$

но, согласно виду деформации, в первом случае (а) стержень растянут, поэтому следует записать: $N=+P$.

Во втором случае (б) стержень сжат, поэтому следует записать: $N=-P$.

Знаки минус или плюс показывают нам истинное направление внутренних сил.

1.2. Правила построения эпюр продольных сил

Эпюра продольных сил показывает, как изменяется внутреннее усилие по длине стержня.

Построение эпюры необходимо для наглядного представления направления и величины действующих продольных внутренних сил на каждом участке по всей длине стержня и затем для определения площади сечения каждого участка с таким расчетом, чтобы стержень мог выдержать воздействие внешних нагрузок.

На практике стержни могут быть нагружены несколькими внешними нагрузками P , тогда внутренние силы N по длине стержня будут действовать неоднозначно, и их направления вначале могут быть неизвестны.

Чтобы определить значение внутренней силы N_1, N_2, N_3 , и т.д., стержень разбивается на участки, так, чтобы на каждый из них приходилась только одна внутренняя сила, которую нам необходимо определить. Границы сечения выбираем так, чтобы они совпадали с точками приложения внешних нагрузок P_1, P_2, P_3 , и т.д. (рисунок 1.3 а).

Метод сечений применяется для каждого участка стержня. Уравнение каждой продольной внутренней силы N_1, N_2, N_3 и т.д.,

записывается аналитически как сумма внешних нагрузок, действующих по одну сторону от сечения: $N = \sum P$ (слева) или $N = \sum P$ (справа). При этом нужно помнить о правиле знаков продольных сил. После уравнения строится эпюра продольной силы N .

На примерах рассмотрим подробно все этапы построения эпюры, а далее будем использовать краткую запись решения задач.

1.3. Примеры расчета и построения эпюр продольных сил

1.3.1. ПРИМЕР 1. Стержень нагружен продольными внешними силами растяжения и сжатия, левый конец стержня жестко зашпелен. Расчетная схема стержня показана на рисунке 1.3.

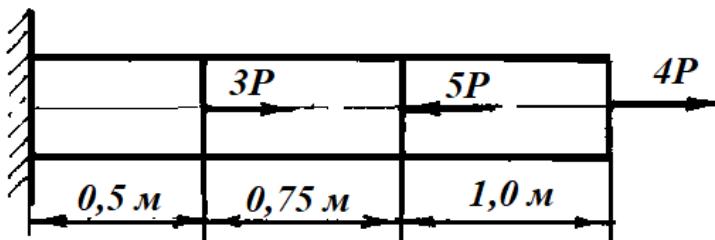


Рисунок 1.3 - Расчетная схема стержня

Требуется.

Определить опорную реакцию от действия продольных внешних сил растяжения и сжатия.

Построить эпюру продольных сил.

Решение.

Реакция в заделке R_A неизвестна, поэтому разделяем стержень на участки, начиная со свободного торца.

Участки обозначаем римскими цифрами I, II, III.

Применим метод сечений. Расстояния z_1 , z_2 , z_3 на каждом участке (рисунок 1.4 а) берем от начала соответствующего участка до произвольного сечения на этом участке.

Каждую отсеченную часть бруса покажем на рисунке 1.4 в виде отдельных участков б), в) и г).

Выберем направление продольной внутренней силы N_1 , N_2 , N_3 .

Составим уравнения равновесия для всего стержня, чтобы определить реакцию в соответствующей опоре:

$$\sum R_A = 0$$

$$-R_A + 4P - 5P + 3P = 0$$

$$R_A = +4P - 5P + 3P = +2P$$

Реакция в опоре стержня: $R_A = +2P$.

Составим уравнения равновесия для каждого участка стержня и по ним на рисунке 1.4 покажем построение эпюры продольных сил.

Участок I (рисунок 1.4 б) ограничен длиной $0 \leq z_1 \leq 1$ м.

Составим уравнение равновесия для I участка:

$$\sum z_1 = 0.$$

Из условия равновесия с учетом знаков, показывающих направления действия этих сил, определим продольную внутреннюю силу N_1 :

$$-N_1 + 4P = 0$$

$$N_1 = +4P = \text{const}$$

Знак плюс (+) означает, что продольная сила $4P$ растягивающая.

Для построения эпюры проводим нулевую линию 0-0, параллельную оси z стержня (рисунок 1.4 д).

Положительные значения N_1 на участке I в условном масштабе откладываем вверх от нулевой линии. Учитывая, что на участке I действует только одна сила, равная величине $+4P$, линия самой эпюры будет параллельна нулевой линии. Проводим

эту линию до участка II и штрихуем эпюру линиями, перпендикулярными нулевой линии. Знак $\oplus$ продольной внутренней силы N_1 указываем в эпюре.

Участок II (рисунок 1.4 в) ограничен длиной $0 \leq z_2 \leq 0,75$ м.

Составим уравнение равновесия для участка II: $\sum z_2 = 0$.

Из условия равновесия с учетом знаков, показывающих направления действия сил на участке II, определим продольную внутреннюю силу N_2 :

$$-N_2 - 5P + 4P = 0$$

Согласно рисунку 1.4 в) продольная сила на втором участке справа от сечения с учетом знаков равна алгебраической сумме внешних нагрузок:

$$N_2 = \sum P_{справа} = +4P - 5P = -P = \text{const}.$$

Знак «-» показывает, что второй участок по всей длине (независимо от значения z_2) испытывает сжатие величиной $-P$. Откладываем на рисунке 1.4 д) в условном масштабе отрезок $-P$ вниз от нулевой линии. Учитывая, что на участке II действует только одна сила, равная величине $-P$, линия самой эпюры будет параллельна нулевой линии. Проводим эту линию до участка III.

Знак $\ominus$ указываем в эпюре и штрихуем эпюру линиями, перпендикулярными нулевой линии.

Участок III (рисунок 1.4 г) ограничен длиной $0 \leq z_3 \leq 0,5$ м.

Составим уравнение равновесия для участка III: $\sum z_3 = 0$.

Из условия равновесия с учетом знаков, показывающих направления действия сил на участке I и II, определим продольную внутреннюю силу N_3 :

$$-N_3 + 4P - 5P + 3P = 0$$

Согласно рисунку 1.4 а) продольная сила на третьем участке справа от сечения с учетом знаков равна алгебраической сумме внешних нагрузок:

$$N_3 = \sum P_{справа} = +4P - 5P + 3P = +2P = const .$$

Знак «+» показывает, что третий участок по всей длине (независимо от значения z_3) испытывает растяжение величиной $+2P$. Откладываем на рисунке 1.4 б) в условном масштабе отрезок $+2P$ вверх от нулевой линии, Учитывая, что на участке III также действует только одна сила, равная величине $+2P$, соответственно, линия самой эпюры будет параллельна нулевой линии.

Проводим эту линию до участка III. Знак $\oplus$ указываем в эпюре и штрихуем перпендикулярно нулевой линии. Заметим, что реакция в опоре стержня R_A также составляет $+2P$).

Контроль правильности построения эпюры по скачкам.

В сечениях стержня, где приложены сосредоточенные силы $4P$, $5P$ и $3P$, на эпюре продольной силы должны быть скачки по границам участков на величину действующих усилий (по модулю) (рисунок 1.3 б). Проверяем наличие и величину скачков.

Скачок на правом торце эпюры N составляет по модулю величину $4P$, что равно силе $4P$, которая действует на правом торце.

Скачок на эпюре N в сечении между вторым и третьим участками составляет по модулю величину $2P+P=3P$, что равно силе $3P$, которая действует на границе между вторым и третьим участками.

Скачок на эпюре N в сечении между вторым и третьим участками составляет по модулю величину $2P+P=3P$, что равно силе $3P$, которая действует на границе между вторым и третьим участками.

Скачок на эюре N в сечении, где располагается заделка, на величину $+2P$ показал, что реакция в опоре стержня равна $R_A=+2P$, а направление этой реакции определено по знаку $\oplus$ эюры продольной силы на третьем участке. Убеждаемся, что правило скачков выполняется.

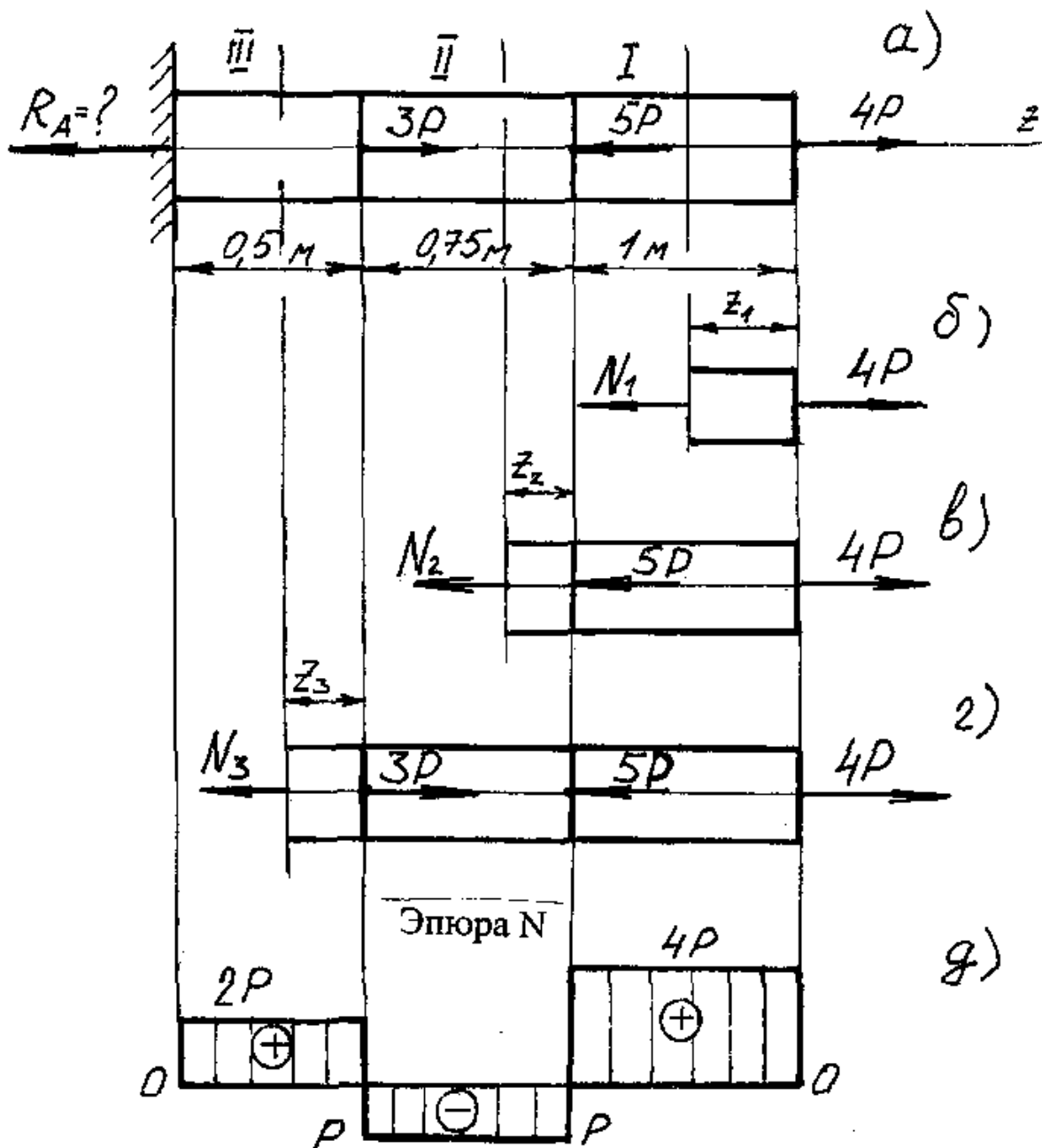


Рисунок 1.4 - Этапы построения эюры продольных сил

Контроль правильности построения эпюры по уравнениям равновесия. Для проверки правильного направления реакции используем уравнение равновесия для всех действующих внешних нагрузок:

$$\sum z = 0 \Rightarrow -R_A + 3P - 5P + 4P = 0,$$

тогда:

$$-2P + 3P - 5P + 4P = 0 \Rightarrow -7P + 7P = 0.$$

Проверки 1.3.2 и 1.3.3 показали, что эпюра построена правильно, так как правила скачков и условие равновесия для всех действующих внешних нагрузок выполняются.

1.3.2. ПРИМЕР 2. Стержень нагружен продольными внешними силами растяжения и сжатия, правый конец которого жестко зашкелен. Расчетная схема стержня показана на рисунке 1.5.

Требуется.

Определить опорную реакцию от действия продольных внешних сил растяжения и сжатия.

Построить эпюру продольных сил.

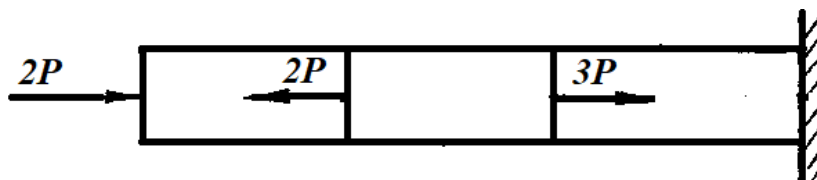


Рисунок 1.5 - Расчетная схема стержня

Решение.

Выполним упрощенный порядок записи решения.

Участок I: $N_1 = -2P$ - сжатие.

Участок II: $N_2 = -2P + 2P = 0$ - участок не испытывает внутреннего усилия.

Участок III: $N_3 = -2P + 2P - 3P = -3P$ - сжатие.

Значение реакции в заделке можно видеть по скачку на эпюре $N_3 = -3P$. Реакция в заделке равна $R_A = -3P$ и направлена так, что на третьем участке образуется сжатие (рисунок 1.6 а).

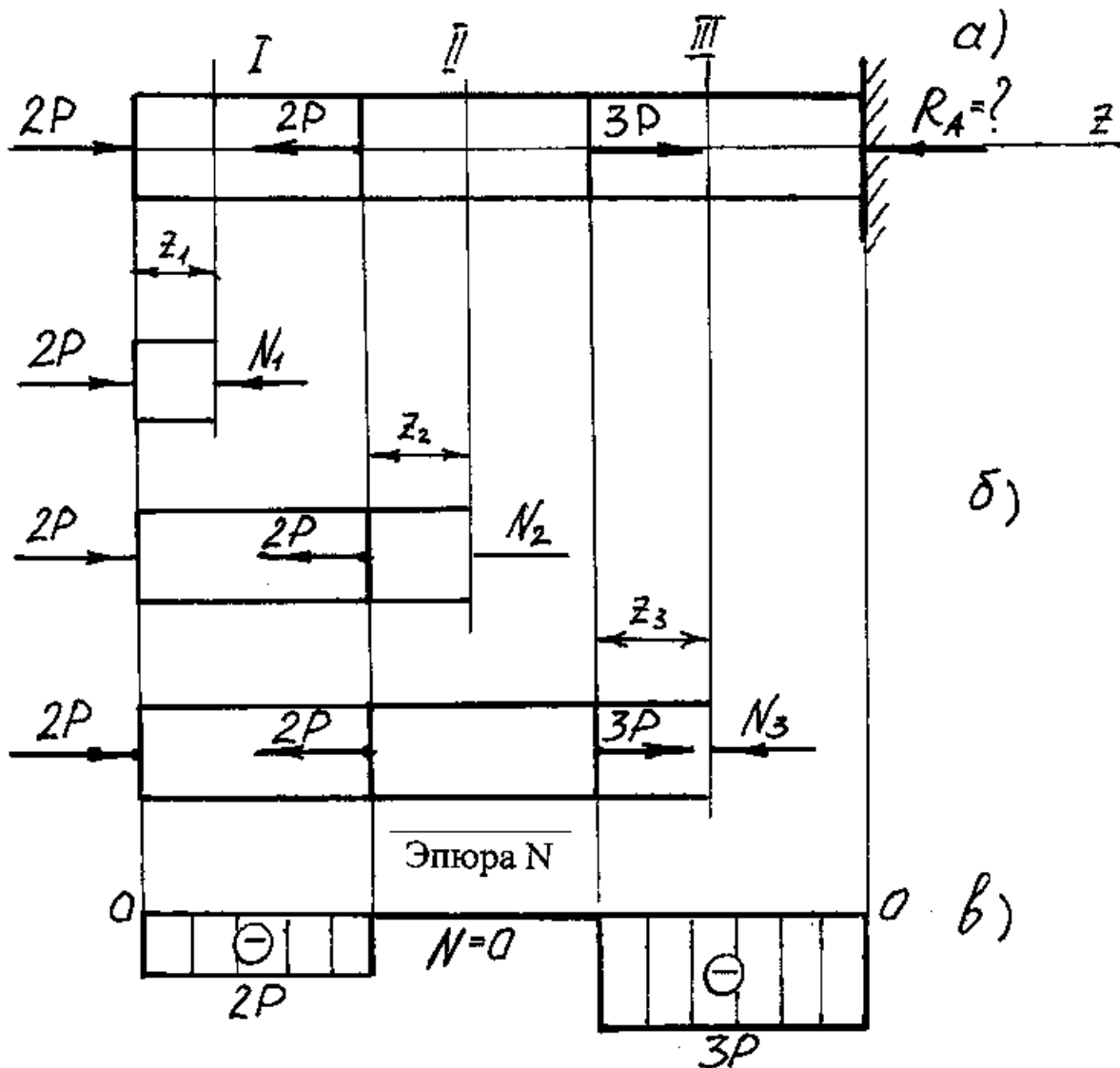


Рисунок 1.6 - Этапы построения эпюры продольных сил

1.3.3. ПРИМЕР 3. Стержень нагружен продольными внешними силами растяжения и сжатия, оба конца свободны. Расчетная схема стержня показана на рисунке 1.7.

Требуется.

Определить опорную реакцию от действия продольных внешних сил растяжения и сжатия.

Построить эпюру продольных сил.



Рисунок 1.7 - Расчетная схема стержня

Приложенные внешние нагрузки обеспечивают равновесие стержня: сумма проекций всех внешних нагрузок на ось z равна нулю:

$$\begin{aligned}\sum z = +2P - P - 3P - 2P + 4P &= 0 \\ + 6P - 6P &= 0,\end{aligned}$$

Решение.

Разбиваем стержень на участки, начиная слева направо (рисунок 1.8 а). Применяют метод сечений. «Идут» слева, берем сечения на расстоянии z_1 - для первого участка и z_2 - для второго участка (рисунок 1.8 б).

Участок I

$$N_1 = -2P = \text{const} \text{ - сжатие.}$$

Участок II

$$N_2 = -2P + P = -P = \text{const} \text{ - сжатие.}$$

Откладываем значения продольных сил вниз от нулевой линии (рисунок 1.8 г) и штрихуем.

Участок III

Для третьего и четвертого участков удобнее «идти» справа, применяя метод сечений, взяв расстояния z_2, z_3 от начала участ-

ков до произвольных сечений. При этом отбрасывают левую отсеченную часть стержня (рисунок 1.8 в). «Идут» справа и записываем уравнения продольных сил:

$$N_3 = +4P - 2P = +2P = \text{const} - \text{растяжение.}$$

Участок IV:

$$N_4 = +4P = \text{const} - \text{растяжение.}$$

Откладывают значения продольных сил на эпюре вверх от нулевой линии. Проверяем правильность построения эпюры N по скачкам в характерных сечениях, где приложены сосредоточенные силы.

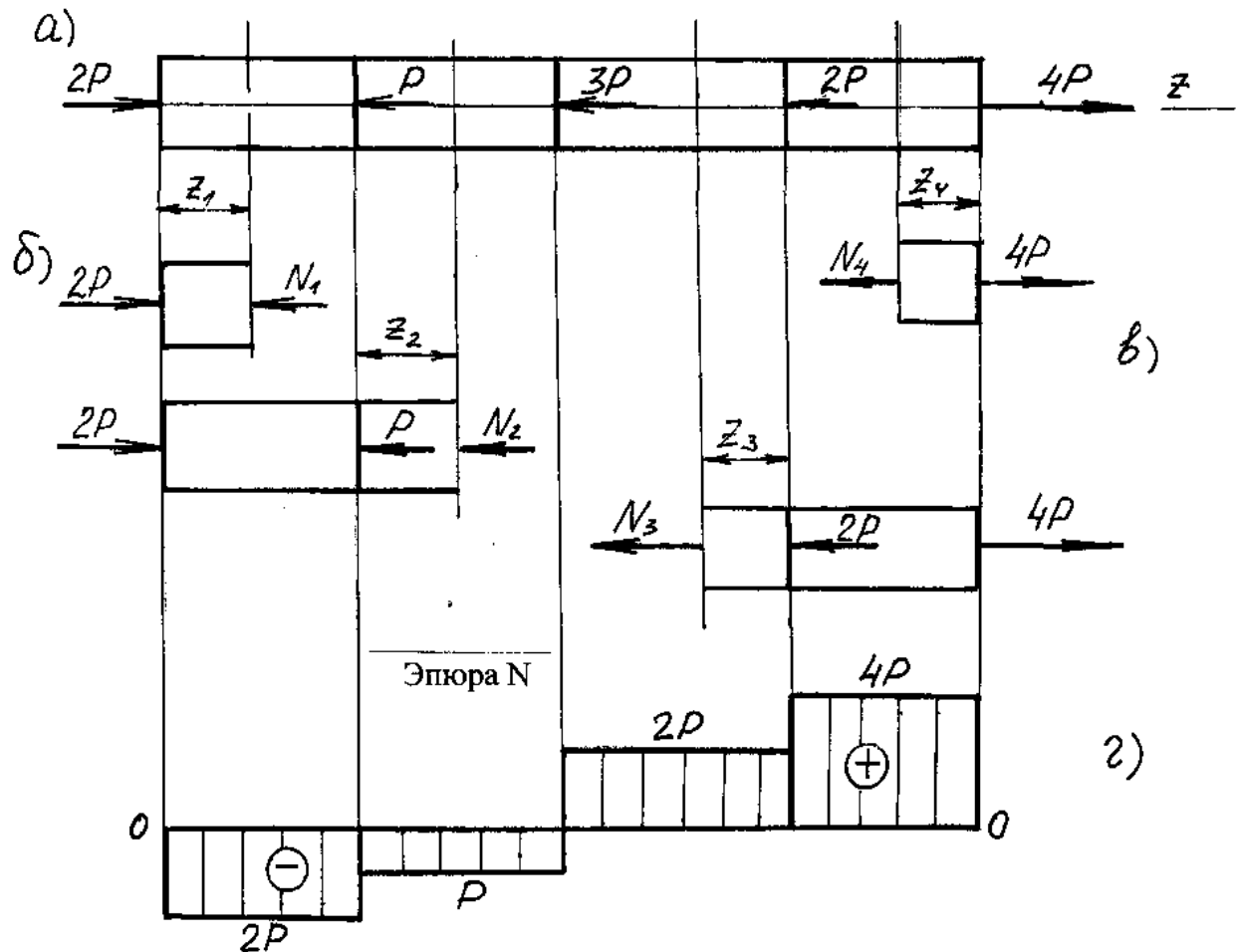


Рисунок 1.8 - Этапы построения эпюры продольных сил

1.4. Расчет прочности стержней, нагруженных продольными внешними нагрузками

При центральном растяжении-сжатии в поперечных сечениях возникают нормальные напряжения σ , которые определяются по формуле:

$$\sigma = \frac{N}{F}, \quad (1.1)$$

где N - продольная внутренняя сила;

F - площадь поперечного сечения стержня.

Нормальные напряжения распределены по поперечному сечению равномерно и направлены перпендикулярно (по нормали) к сечению. Распределение нормальных напряжений по сечению, показанное на рисунке 1.9, не зависит от формы сечения, а зависит только от величины внутренней продольной силы и от площади сечения стержня.

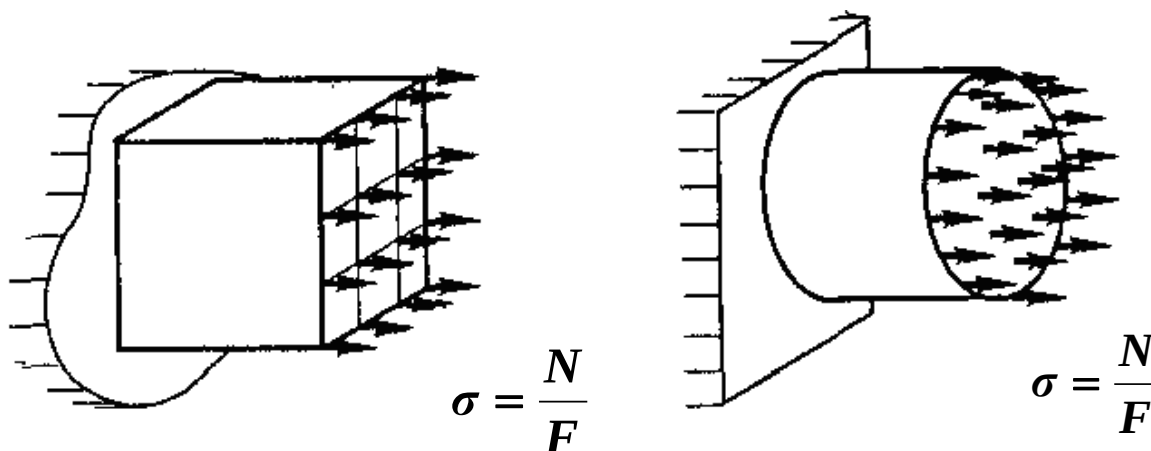


Рисунок 1.9 - Распределение нормальных напряжений по сечению

1.4.1. **ПРИМЕР 4.** Стержень нагружен продольными внешними силами растяжения и сжатия, Левый конец стержня жестко

защемлен. Расчетная схема стержня, эпюры продольных внутренних сил и нормальных напряжений на участках стержня показаны на рисунке 1.10. Площади сечений F указаны на каждом участке стержня.

Требуется.

Определить опорную реакцию от действия продольных внешних сил растяжения и сжатия.

Построить эпюру продольных сил N (в долях внешних нагрузок P).

Построить эпюру нормальных напряжений на каждом участке стержня σ (в долях $\frac{P}{F}$).

Решение.

1) Разбивают стержень на участки, начиная с торца, и обозначаем их римскими цифрами I, II, III.

2) Применяют метод сечений. Учитывая правило знаков продольной силы N (см. примеры 1, 2, 3), составляют уравнения равновесия на участках I, II, III:

Участок I:

$$N_1 = +8P = \text{const} - \text{растяжение.}$$

Участок II:

$$N_2 = +8P - 10P = -2P = \text{const} - \text{сжатие.}$$

Участок III:

$$N_3 = +8P - 10P + 11P = +9P = \text{const} - \text{растяжение.}$$

3) Одновременно строят эпюру внутренних сил N , как показано на рисунке 1.10 б).

4) Делают проверку правильности определения внутренних усилий по скачкам на эпюре продольных сил.

5) Эпюра нормальных напряжений при растяжении-сжатии стержня строится по тем же правилам, что и эпюра внутренних сил для каждого участка стержня.

6) Строят эпюру нормальных напряжений σ по каждому участку (в долях $\frac{P}{F}$), используя формулу (1.1) для определения нормальных напряжений (рисунок 1.10 в).

Участок I:

Площадь сечения стержня на участке I составляет $F_1 = 2F$, тогда:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{F_1} = \frac{+8P}{2F} = +4 \frac{P}{F}.$$

Так как на участке I действуют напряжения растяжения, то откладывают напряжения растяжения вверх от нулевой линии, ставят знак $\oplus$ внутри эпюры и штрихуют участок эпюры перпендикулярно нулевой линии.

Участок II:

Площадь сечения стержня на участке II составляет $F_2 = F$,

$$\text{тогда: } \sigma_2 = \frac{N_2}{F_2} = \frac{-2P}{F} = -2 \frac{P}{F}.$$

Строят эпюру σ_2 (рисунок 1.10 в). Так как на участке II напряжения сжатия получились со знаком минус, то их величину откладывают вниз по направлению от нулевой линии эпюры (знак $\ominus$ указывают в эпюре).

Участок III:

Площадь сечения стержня на участке III составляет: $F_3 = 3F$,

$$\text{тогда: } \sigma_3 = \frac{N_3}{F_3} = \frac{9P}{3F} = +3 \frac{P}{F}.$$

Строят эпюру σ_z (рисунок 1.10 в). Так как на участке III действуют напряжения растяжения со знаком плюс, то их величину откладывают вверх от нулевой линии, ставят знак $\oplus$ внутри эпюры и штрихуют участок эпюры перпендикулярно нулевой линии.

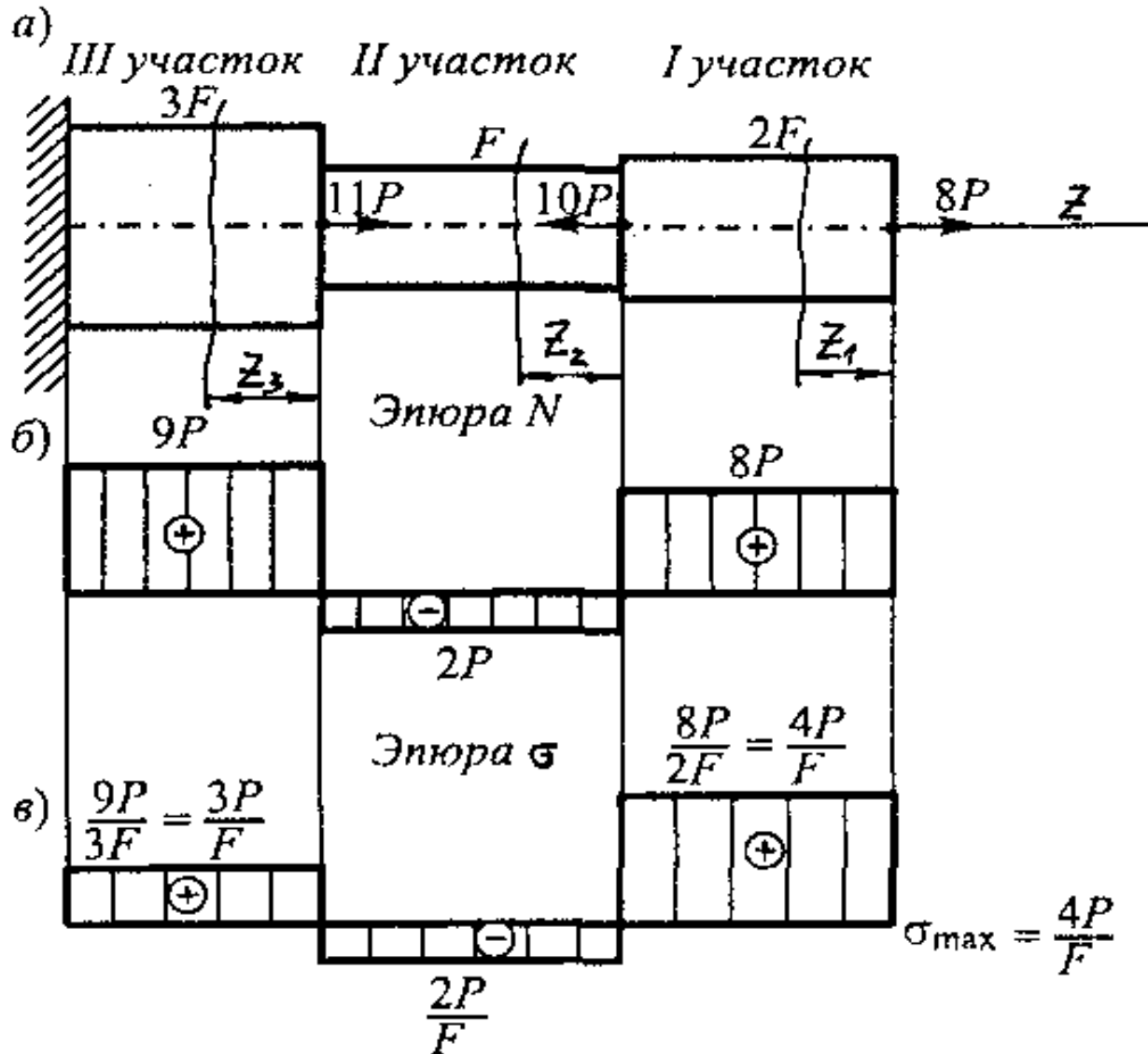


Рисунок 1.10 - Построение эпюр продольных внутренних сил и нормальных напряжений на участках стержня

Правильности определения внутренних усилий по скачкам на эпюре продольных сил.

Следует обратить внимание на направление эпюр на каждом участке стержня по их знакам. Направление участка эпюры нормальных напряжений должно совпадать с направлением того же участка эпюры продольных сил.

1.5. Расчет прочности стержней при растяжении-сжатии

Оценка прочности стержня заключается в сравнении рабочего расчетного напряжения с допускаемыми напряжениями:

$$\sigma_{max} \leq [\sigma] . \quad (1.2)$$

Расчетное (рабочее) напряжение σ_{max} - это наибольшее по абсолютной величине растягивающее или сжимающее напряжение, возникающее в стержне от продольных сил.

Например, в задаче 1.4 (рисунок 1.10 в) наибольшие растягивающие напряжения на участке I равны:

$$\sigma_{max} = 4 \frac{P}{F} ,$$

а наибольшие сжимающие напряжения на участке II равны:

$$\sigma_{max} = \left| 2 \frac{P}{F} \right| .$$

Допускаемые напряжения – это напряжения, которые можно допустить в материале стержня для безопасной, надежной и долговечной его работы. Они обозначаются σ в квадратных скобках - $[\sigma]$.

Допускаемые напряжения определяются по формуле:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_{on}}{n} , \quad (1.3)$$

где σ_{on} - опасное напряжение для материала стержня;

n - коэффициент запаса прочности материала стержня.
Опасные напряжения определяют опытным путем.

Для пластичных материалов – это предел текучести σ_T , для хрупких материалов – предел прочности σ_σ .

Допускаемые напряжения для пластичных материалов определяются формулой:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n_T}, \quad (1.4)$$

где $n_T = 1,2 \div 1,5$ - коэффициент запаса по пределу текучести материала.

Допускаемые напряжения для хрупких материалов определяются формулой:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_\sigma}{n_\sigma}, \quad (1.5)$$

где $n_\sigma = 2,0 \div 2,5$ - коэффициент запаса по пределу прочности материала.

1.6. Типы расчетов стержней на растяжение-сжатие

1.6.1. **Проверочный расчет** заключается в определении нормальных максимальных напряжений в стержне, когда известны внешние нагрузки P , внутренние усилия N , в стержне, площади поперечных сечений F и материал из которого изготовлен стержень.

Условие прочности при растяжении-сжатии стержня определяется формулой:

$$\sigma_{max} = \frac{N}{F} \leq [\sigma]. \quad (1.6)$$

Формула 1.6 дает возможность сделать вывод о выполнении условия прочности стержня.

1.6.2. **Проектировочный расчет** заключается в определении размеров поперечного сечения стержня, когда известны внешние нагрузки P , внутренние усилия N в стержне, а также известно допускаемое напряжение $[\sigma]$ для материала стержня. Тогда из формулы (1.6) исполнительная (фактическая) площадь поперечного сечения стержня принимается равной или более допускаемой площади поперечного сечения стержня:

$$F \geq [F] = \frac{N}{[\sigma]},$$

т.е. исполнительная (фактическая) площадь поперечного сечения стержня принимается больше или равной допускаемой площади.

1.6.3. **Расчет нагрузочной способности** заключается в определении допускаемой внешней нагрузки на стержень, когда известны размеры стержня и допускаемое напряжение $[\sigma]$ для материала стержня. Тогда из формулы (1.6) определяется допускаемая на стержень продольная внутренняя сила:

$$P \leq [N] = F \cdot [\sigma],$$

которая должна быть больше или равна величине внешней нагрузки на стержень.

1.6.4. **Расчет коэффициента запаса прочности** заключается в определении фактического запаса прочности стержня, если известны внешние нагрузки, размеры сечения и материал стержня.

Расчетные формулы, применяемые для определения фактического запаса прочности стержня из пластичного материала:

$$\sigma_{max} = \frac{N}{F} \leq \frac{\sigma_T}{n_T} \Rightarrow n_T \geq \frac{\sigma_T}{\sigma_{max}}.$$

Расчетные формулы, применяемые для определения фактического запаса прочности стержня из хрупкого материала:

$$\sigma_{max} = \frac{N}{F} \leq \frac{\sigma_{\epsilon}}{n_{\epsilon}} \Rightarrow n_{\epsilon} \geq \frac{\sigma_{\epsilon}}{\sigma_{max}}.$$

1.7. Расчет деформаций и перемещений при растяжении-сжатии стержней

При растяжении – сжатии стержней, как известно, меняются их продольные и поперечные размеры (рисунок 1.11).

Абсолютная продольная деформация стержня при растяжении (рисунок 1.11 а) и при сжатии (рисунок 1.11 б) – это разность между начальной (l) и конечной (l_1) длиной стержня, которая определяется формулой:

$$\Delta l = l_1 - l_0. \quad (1.7)$$

Согласно закону Гука, абсолютная продольная деформация определяется по формуле:

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot F}, \quad (1.8)$$

где E - модуль продольной упругости материала, который также является мерой жесткости материала.

Произведение $E \cdot F$ характеризует жесткость сечения стержня.

Для стержней, работающих на растяжение – сжатие, часто необходимо знать перемещение характерных сечений, чтобы

обеспечить работоспособность конструкции. Например, для обеспечения заданного зазора или натяга, для исключения повышенных напряжений в конструкции и т.п.

Изменение поперечного сечения происходит вследствие деформации либо всего стержня, либо его части.

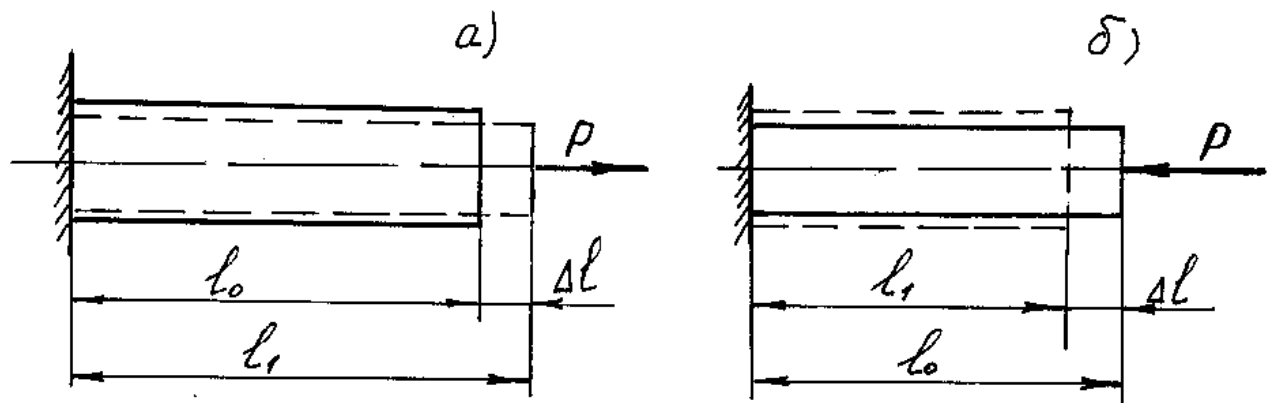


Рисунок 1.11 - Абсолютная продольная деформация стержня

На рисунке 1.12 показано перемещение сечений стержня под действием внешней нагрузки. Перемещение торца стержня из положения $n-n$ в положение n_1-n_1 является результатом деформации всего стержня при растяжении и при сжатии, которое определяется по формуле 1.8:

$$\Delta_{1-1} = \Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot F} = \frac{P \cdot l}{E \cdot F}, \quad (1.9)$$

где $N = P$ - продольная сила.

Если на стержне взять сечение $m-m$, например, на расстоянии $l_1 = \frac{3}{4}l$ от места закрепления стержня (заделки), то в результате деформации это сечение переместится в положение m_1-m_1 на величину деформации только левой его части длиной l_1 между заделкой и сечением $m-m$.

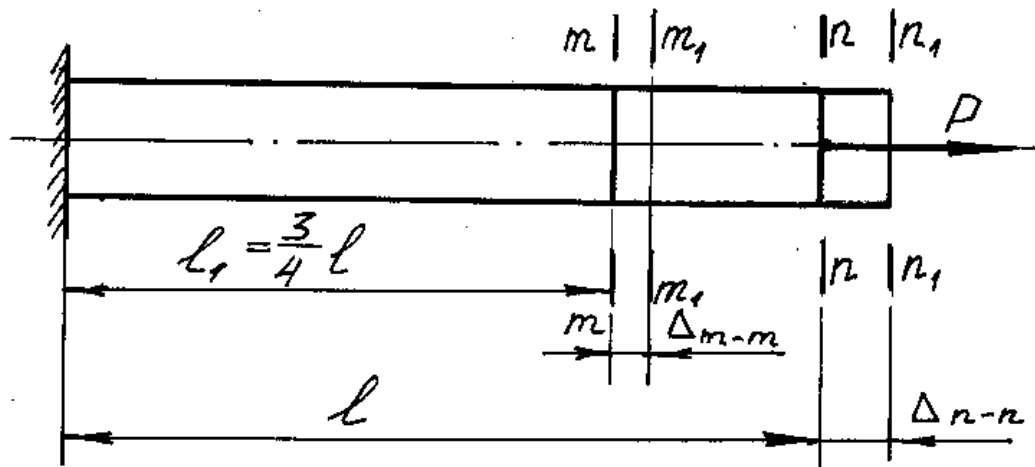


Рисунок 1.12. Перемещение сечений стержня под действием внешней нагрузки

Следовательно, величина перемещения сечения из положения $m-m$ в положение m_1-m_1 также является результатом деформации только левой части стержня длиной l_1 , которая определяется по формуле 1.8:

$$\Delta_{m-m} = \Delta l_1 = \frac{N \cdot \frac{3}{4} l}{E \cdot F} = \frac{P \cdot \frac{3}{4} l}{E \cdot F} . \quad (1.10)$$

Если стержень состоит из нескольких участков, то перемещение любого искомого сечения будет определяться алгебраической суммой продольных деформаций соответствующих участков по формуле:

$$\Delta_{n-n} = \sum_{i=1}^n \Delta l_i , \quad (1.11)$$

где l_i – длина i -го участка стержня.

1.8. Пример выполнения контрольного задания № 1. Расчет прочности и деформации стержня на растяжение-сжатие

Варианты заданий и исходные данные для расчета стержней на растяжение-сжатие стержней приведены в таблице 1.1, расчетные схемы стержней приведены в таблице 1.2.

Пример выполнения контрольного задания не входит ни в один из вариантов и не может быть представлен в качестве выполненной работы.

Расчетная схема составного стержня показана на рисунке 1.13.

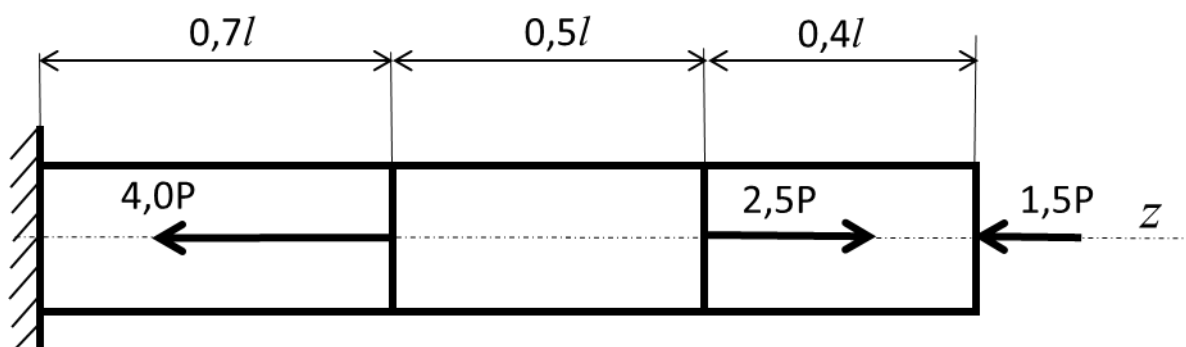


Рисунок 1.13 - Расчетная схема составного стержня

Исходные данные для расчета составного стержня:

- величина сосредоточенной внешней нагрузки $P = 8 \text{ кН}$;
- длина участка стержня $l = 1 \text{ м} = 10^3 \text{ мм}$;
- допускаемое напряжение материала стержня $[\sigma] = 140 \text{ МПа}$;
- модуль продольной упругости материала $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ (Н/мм^2).

Требуется:

- 1) Построить эпюру продольной внутренней силы N в долях от внешней нагрузки P .
- 2) Выполнить проектировочный расчет по каждому участку: найти площади сечений F_1, F_2, F_3 , рассчитать необходимые диаметры и округлить их значение до целого числа.
- 3) Начертить эскиз ступенчатого стержня (под эпюрой N).
- 4) Найти перемещение свободного торца стержня и указать его на эскизе.

Решение.

Порядок построения расчетной схемы, эпюры продольных сил, эпюры продольных деформаций и эскиз рассчитанного стержня с указанием размеров и величины деформации показан на рисунке 1.14.

Записывают порядок расчета.

1.8.1. Следует разбить стержень на участки, начиная с торца, и обозначить их, например, римскими цифрами I, II, III (рисунок 1.14 а).

1.8.2. Участок I (рисунок 1.14 б) ограничен длиной:

$$0 \leq z_1 \leq 0,4l$$

1.8.3. Составляют уравнение равновесия для участка I:

$$\sum Z_1 = 0.$$

1.8.4. Из условия равновесия с учетом знаков, показывающих направления действия этих сил, определяют продольную внутреннюю силу N_I :

$$N_I = -1,5P = \text{const по длине участка (сжатие)}.$$

1.8.5. **Участок II** ограничен длиной $0 \leq z_2 \leq 0,5l$.

Составляют уравнение равновесия для II участка: $\Sigma Z_2=0$.

Из условия равновесия с учетом знаков, показывающих направления действия этих сил, определяют продольную внутреннюю силу N_2 :

$$N_2 = -1,5P + 2,5P = P = \text{const}$$

по длине участка (растяжение).

1.8.6. Участок III ограничен длиной $0 \leq z_3 \leq 0,7l$.

Составляют уравнение равновесия для участка III:

$$\Sigma Z_3=0.$$

Из условия равновесия с учетом знаков, показывающих направления действия этих сил, определяют продольную внутреннюю силу N_3 :

$$N_3 = -1,5P + 2,5P - 4P = -3P = \text{const}$$

по длине участка стержня происходит сжатие.

По длине каждого участка продольные силы постоянны, т.е. не зависят от координаты Z .

1.8.7. В соответствии с правилами построения эпюр (п. 1.2.) на рисунке 1.14 в) строят эпюру продольных сил N_1, N_2, N_3 по участкам **I, II, III**, применяя метод сечений.

1.8.8. Контроль правильности построения эпюры по скачкам. В сечениях стержня, где приложены сосредоточенные внешние нагрузки ($4P, 5P, 3P$), на эпюре продольной силы должны быть скачки по границам участков на величину действующих усилий (по модулю) (рисунок 1.4 д).

Проверяют наличие и величину скачков.

Скачок на правом торце эпюры N составляет по модулю величину $4P$, что равно внешней нагрузке $4P$, которая действует на правом торце.

Скачок на эпюре N в сечении между вторым и третьим участками составляет по модулю величину $2P+P=3P$, что равно внешней нагрузке $3P$, которая действует на границе между вторым и третьим участками.

Скачок на эпюре N в сечении между вторым и третьим участками составляет по модулю величину $2P+P=3P$, что равно внешней нагрузке $3P$, которая действует на границе между вторым и третьим участками.

Скачок на эпюре N в сечении, где располагается заделка, на величину $+2P$ показывает, что реакция в опоре стержня равна $R_A=+2P$, а направление этой реакции определено по знаку эпюры продольной силы на третьем участке.

Убеждаются, что правило скачков выполняется и эпюра построена правильно.

1.8.9. Контроль правильности построения эпюры по уравнениям равновесия. Для проверки правильного направления реакции используют уравнение равновесия для всех действующих внешних нагрузок.

1.8.10. Расчет сечений участков стержней по условиям прочности. Находят площади сечения стержня по каждому участку из условия прочности:

$$\sigma = \frac{N}{F} \leq [\sigma] \Rightarrow F \geq \frac{N}{[\sigma]},$$

при $P = 8 \text{ кН}$, $[\sigma] = 140 \text{ МПа}$.

Затем определяем диаметры стержня из формулы:

$$F = \frac{\pi d^2}{4} = 0,785d^2 \Rightarrow d \geq \sqrt{\frac{F}{0,785}}.$$

При расчетах учитывают соотношение единиц измерения:

$$1 \text{ МПа} = 1 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$$

Продольные усилия берут с эпюры (рисунок 1.14 в).

Участок I:

Определяют площадь сечения стержня на участке I:

$$F_1 \geq \frac{|N|}{[\sigma]} \Rightarrow F_1 \geq \frac{1,5P}{[\sigma]} = \frac{1,5 \cdot 8 \cdot 10^3 (H)}{140 \left(\frac{H}{\text{мм}^2} \right)} = 85,7 \text{ мм}^2,$$

Определяют диаметр стержня на участке I:

$$F_1 = 0,785d_1^2 \Rightarrow d_1 \geq \sqrt{\frac{F_1}{0,785}} = \sqrt{\frac{85,7}{0,785}} = 10,45 \text{ мм}.$$

Округляют диаметр участка I стержня до целого числа: $d_1 = 11$ мм.

Определяют фактическую площадь сечения участка I стержня:

$$F_1 = \frac{\pi d_1^2}{4} = \frac{\pi \cdot 11^2}{4} = 95 \text{ мм}^2.$$

Участок II:

Определяют площадь сечения стержня на участке II:

$$F_2 \geq \frac{|N|}{[\sigma]} \Rightarrow F_2 \geq \frac{P}{[\sigma]} = \frac{8 \cdot 10^3 (H)}{140 \left(\frac{H}{\text{мм}^2} \right)} = 57,14 \text{ мм}^2,$$

Определяют диаметр стержня на участке II:

$$F_2 = 0,785d_2^2 \Rightarrow d_2 \geq \sqrt{\frac{F_2}{0,785}} = \sqrt{\frac{57,14}{0,785}} = 8,53 \text{ мм}.$$

Округляют диаметр участка II стержня до целого числа: $d_2 = 9$ мм.

Определяют фактическую площадь сечения участка II стержня:

$$F_2 = \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{\pi \cdot 9^2}{4} = 63,6 \text{ мм}^2.$$

Участок III:

Определяют площадь сечения стержня на участке III:

$$F_3 \geq \frac{|N|}{[\sigma]} \Rightarrow F_3 \geq \frac{3P}{[\sigma]} = \frac{3 \cdot 8 \cdot 10^3 (H)}{140 \left(\frac{H}{\text{мм}^2} \right)} = 171,4 \text{ мм}^2,$$

Определяют диаметр стержня на участке III:

$$F_3 = 0,785 d_3^2 \Rightarrow d_3 \geq \sqrt{\frac{F_3}{0,785}} = \sqrt{\frac{171,4}{0,785}} = 14,8 \text{ мм}.$$

Округляют диаметр участка III стержня до целого числа: $d_3 = 15 \text{ мм}$.

Определяют фактическую площадь сечения участка III стержня:

$$F_2 = \frac{\pi d_3^2}{4} = \frac{\pi \cdot 15^2}{4} = 176,6 \text{ мм}^2.$$

По полученным значениям $d_1 = 11 \text{ мм}$, $d_2 = 9 \text{ мм}$, $d_3 = 15 \text{ мм}$ чертят эскиз ступенчатого стержня, как показано на рисунке 1.14 г).

1.8.11. Расчет перемещений участков стержней от внешних нагрузок.

Определяют перемещение свободного торца стержня в сечении 1-1 (рисунок 1.14 г) алгебраической суммой деформаций трех участков стержня с учетом знаков деформаций по формуле:

$$\Delta l_{1-1} = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3,$$

Абсолютная деформация на каждом участке стержня:

$$\Delta l = \frac{N \cdot l}{E \cdot F}.$$

В расчетах учитывают заданные значения: $P = 8 \text{ кН}$,

$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа (Н/мм}^2\text{)}, l = 1 \text{ м} = 10^3 \text{ мм}$.

Значения N принимают с эпюры продольных сил (рисунок 1.14 в). Фактические площади сечения участков стержня принимают из расчета.

Определяют абсолютную деформацию каждого участка стержня. Абсолютная деформация на участке I:

$$\Delta l_1 = \frac{N_1 \cdot l_1}{E \cdot F_1} = \frac{(-1,5P) \cdot 0,4l}{E \cdot F_1} = \frac{-1,5 \cdot 8 \cdot 10^3 (H) \cdot 0,4 \cdot 10^3 (мм)}{2 \cdot 10^5 \left(\frac{H}{мм^2} \right) \cdot 95 (мм^2)} = -0,25 мм.$$

Абсолютная деформация на участке II:

$$\Delta l_2 = \frac{N_2 \cdot l_2}{E \cdot F_2} = \frac{(+P) \cdot 0,5l}{E \cdot F_2} = \frac{+8 \cdot 10^3 (H) \cdot 0,5 \cdot 10^3 (мм)}{2 \cdot 10^5 \left(\frac{H}{мм^2} \right) \cdot 63,6 (мм^2)} = +0,31 мм.$$

Абсолютная деформация на участке III:

$$\Delta l_3 = \frac{N_3 \cdot l_3}{E \cdot F_3} = \frac{(-3P) \cdot 0,7l}{E \cdot F_3} = \frac{-3 \cdot 8 \cdot 10^3 (H) \cdot 0,7 \cdot 10^3 (мм)}{2 \cdot 10^5 \left(\frac{H}{мм^2} \right) \cdot 176,6 (мм^2)} = -0,476 мм.$$

Деформация всего стержня определяется алгебраической суммой деформаций каждого участка и составляет перемещение торца стержня.

В данном случае деформация всего стержня определена перемещением торца стержня в сечении 1-1:

$$\Delta_{1-1} = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \Delta l_3 = -0,25 + 0,31 - 0,476 = -0,416 \approx -0,42 \text{ мм.}$$

Свободный торец стержня (сечение 1-1) в результате сжатия всего стержня перемещается влево на 0,42 мм.

На эскизе ступенчатого стержня (рисунок 1.14 г) показано, что деформация всего стержня составляет: $\Delta_{1-1} = -0,42 \text{ мм.}$

Порядок построения расчетной схемы, эпюры продольных сил, эпюры продольных деформаций и эскиз рассчитанного

стержня с указанием размеров и величины деформации следует показать на рисунке 1.14.

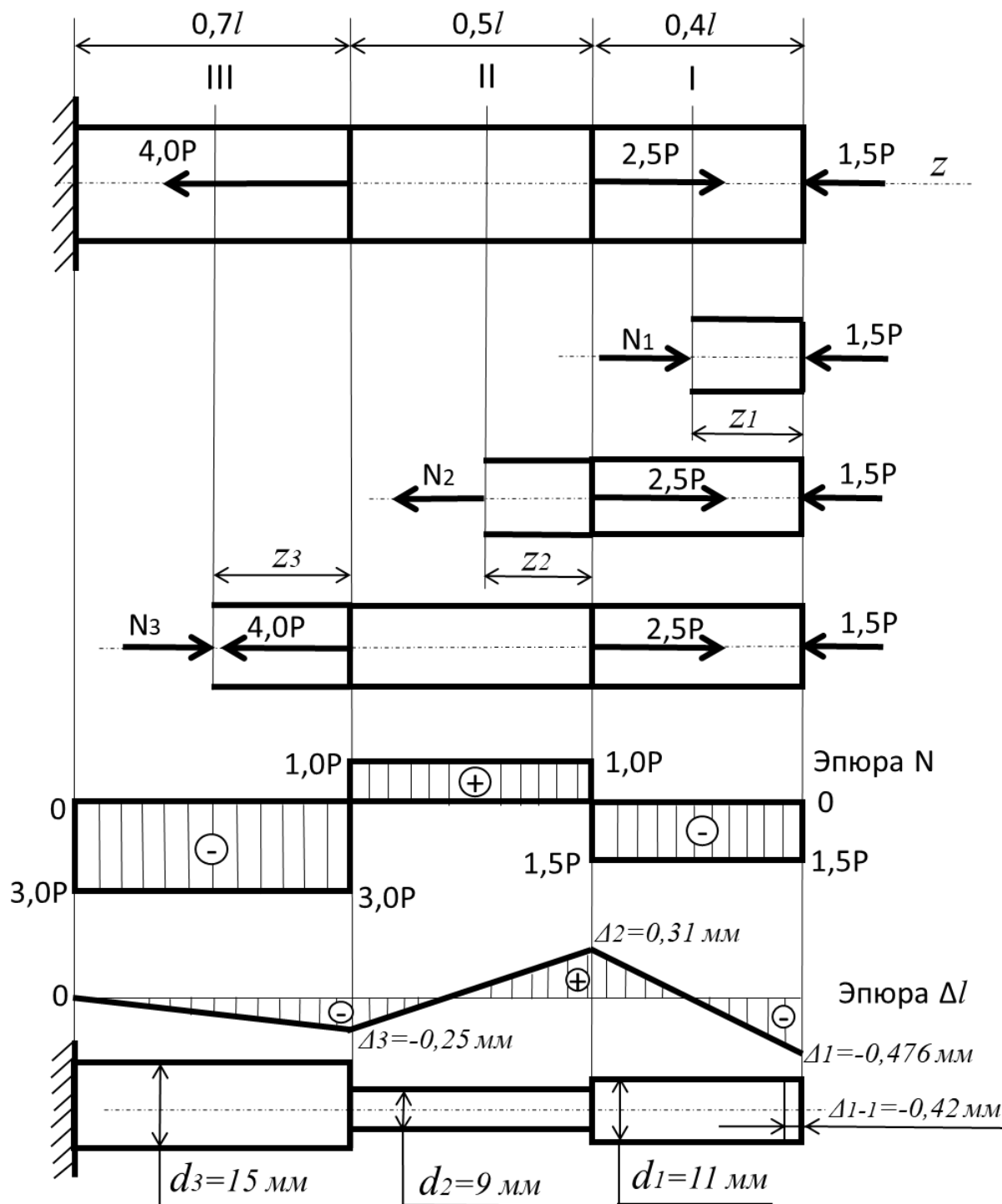
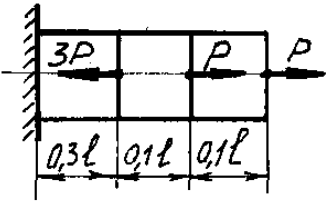
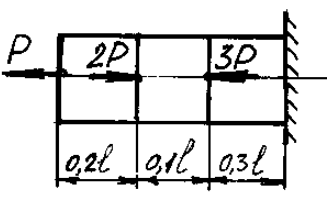
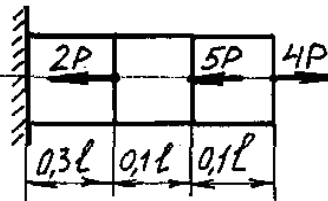
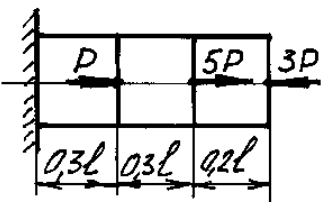
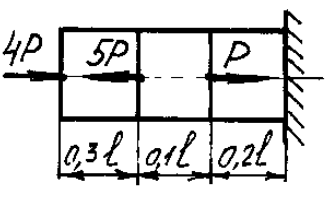
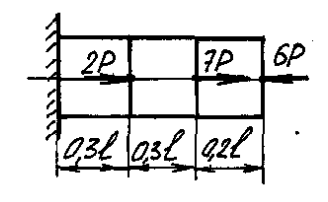
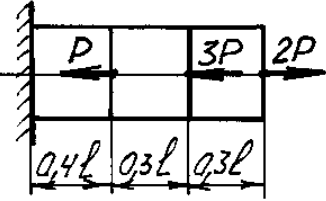
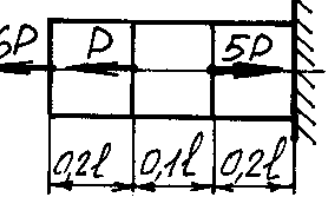
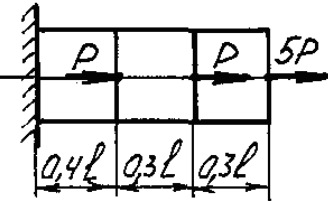
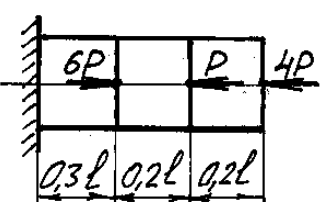
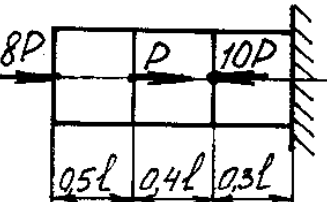
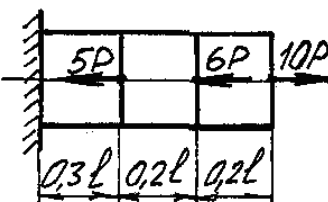
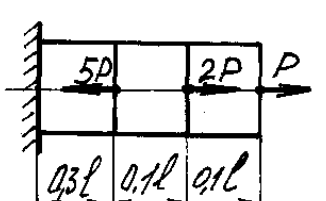
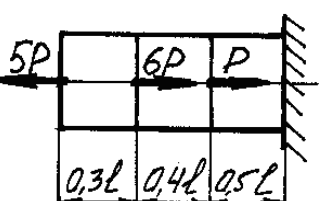
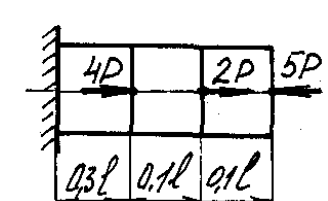


Рисунок 1.14 - Расчетная схема, эпюра продольных сил, эпюра продольных деформаций и эскиз стержня

Таблица 1.1 - Исходные данные для расчета стержней на растяжение-сжатие

Вариант	$P, кН$	$l, м$	$[\sigma], МПа$	$E, МПа$
1	2,0	1,2	80	$1,9 \cdot 10^5$
2	4,0	1,3	90	$1,95 \cdot 10^5$
3	1,0	1,4	95	$1,9 \cdot 10^5$
4	3,5	1,5	100	$2,0 \cdot 10^5$
5	5,5	1,6	110	$2,1 \cdot 10^5$
6	4,5	1,7	120	$2,0 \cdot 10^5$
7	3,5	1,8	160	$2,1 \cdot 10^5$
8	1,5	1,9	100	$1,9 \cdot 10^5$
9	5,5	1,5	80	$1,95 \cdot 10^5$
10	2,5	1,8	90	$1,9 \cdot 10^5$
11	4,5	1,3	160	$1,9 \cdot 10^5$
12	3,0	1,4	180	$2,0 \cdot 10^5$
13	6,0	1,3	200	$2,1 \cdot 10^5$
14	2,5	1,6	210	$2,0 \cdot 10^5$
15	3,0	1,2	170	$1,95 \cdot 10^5$
16	1,5	1,9	120	$1,85 \cdot 10^5$
17	4,7	1,3	140	$1,9 \cdot 10^5$
18	9,5	1,7	130	$2,0 \cdot 10^5$
19	12,0	1,5	160	$2,0 \cdot 10^5$
20	4,0	1,6	100	$2,1 \cdot 10^5$
21	5,5	1,7	120	$2,0 \cdot 10^5$
22	6,5	1,9	130	$2,0 \cdot 10^5$
23	7,3	1,4	140	$1,9 \cdot 10^5$
24	4,2	1,3	200	$1,85 \cdot 10^5$
25	3,5	1,7	160	$1,9 \cdot 10^5$
26	2,5	1,6	180	$2,0 \cdot 10^5$
27	1,5	1,8	90	$2,1 \cdot 10^5$
28	3,4	2,3	120	$2,0 \cdot 10^5$
29	5,5	2,7	140	$2,1 \cdot 10^5$
30	2,8	1,8	160	$2,0 \cdot 10^5$

Таблица 1.2 – Расчетные схемы на растяжение-сжатие стержней

№ варианта задания					
1		6		11	
2		7		12	
3		8		12	
4		9		14	
5		10		15	

продолжение таблицы 1.2

№ варианта задания					
16		21		26	
17		22		27	
18		23		28	
19		24		29	
20		25		30	

1.9. Контрольные вопросы для самопроверки знаний по теме растяжения и сжатия стержней

- 1) Стержни и стержневые системы, работающие на растяжение - сжатие. Дать примеры нагружения стержней.
- 2) Продольная сила. Методы определения продольной силы в ступенчатых стержнях и стержневых системах. Показать на примерах.
- 3) Закон распределения нормальных напряжений от продольной силы.
- 4) Закон Гука при растяжении - сжатии. Модуль продольной упругости E , его физический смысл и значение для стали.
- 5) Продольные деформации стержня: абсолютные, относительные. Жёсткость сечения стержня.
- 6) Поперечные деформации: абсолютные, относительные. Коэффициент поперечной деформации, или коэффициент Пуассона: физический смысл, пределы значений для различных материалов и значение его для стали.
- 7) Допускаемые напряжения: понятие, определение допускаемых напряжений для пластичных и хрупких материалов; коэффициент запаса прочности.
- 8) Условие прочности при растяжении-сжатии. Типы задач, решаемых из условия прочности.

2. РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ БРУСА ПРИ КРУЧЕНИИ

2.1. Краткие теоретические сведения

Кручением называется такой вид деформации, при котором в поперечном сечении бруса действуют моменты в плоскостях, перпендикулярных к продольной оси стержня. При этом в материале бруса возникает только одно внутреннее усилие – крутящий момент $M_{кр}$. Брусья круглого или кольцевого сечения, работающие на кручение, называют *валами*. Кручение возникает в валах, винтовых пружинах, в элементах пространственных конструкций и т.п. Внешние крутящие моменты передаются на вал в местах посадки на него шкивов, зубчатых колес, там, где поперечная нагрузка смещена относительно оси вала.

Деформация кручения наблюдается если прямой брус нагружен внешними моментами (парами сил M), плоскости действия которых также перпендикулярны к его продольной оси

В чистом виде деформация кручения встречается редко, обычно присутствуют и другие внутренние силовые факторы (изгибающие моменты, продольные силы).

Мы будем рассматривать прямой брус только в состоянии покоя или равномерного вращения, считая, что алгебраическая сумма всех внешних скручивающих моментов, приложенных к брусу, равна нулю.

2.1.1. При расчете валов на прочность и жесткость при кручении решается две основные задачи:

- определение касательных напряжений (от M_k) в стержне;
- нахождение угловых перемещений на каждом участке и на всей длине вала.

2.1.2. При расчете валов обычно бывает известна мощность, передаваемая на вал, а величины внешних скручивающих моментов, подлежат определению. Внешние скручивающие моменты, как правило, передаются на вал в местах посадки на него шкивов, зубчатых колес и т.п.

2.1.3. В ряде случаев величины внешних крутящих моментов определяются по величине потребляемой мощности и по скорости вращения вала. Если вал делает в минуту n оборотов, то угол поворота вала за 1 сек, выраженный в радианах, равен:

$$\omega = \frac{n}{60} \cdot 2\pi \text{ или } \omega = \frac{\pi \cdot n}{30},$$

Работа крутящего момента M_k за 1 сек, т. е. мощность N , передаваемая валом, равна произведению величины момента на угол поворота вала (в радианах) за 1 сек:

$$N = M_k \cdot \frac{\pi \cdot n}{30} = M_k \cdot \omega, \quad \text{откуда } M_k = \frac{N}{\omega} \text{ (кГ} \cdot \text{м)},$$

где мощность N выражена в $\left(\frac{\text{кГ} \cdot \text{м}}{\text{сек}}\right)$.

Если мощность N задана в лошадиных силах (л.с.), то

$$M_k = \frac{30 \cdot 75 \cdot N}{\pi \cdot n} = 716,2 \cdot \frac{N \text{ (л.с.)}}{n \left(\frac{\text{об}}{\text{мин}}\right)} \text{ (кГ} \cdot \text{м)} = 7024 \cdot \frac{N \text{ (л.с.)}}{n \left(\frac{\text{об}}{\text{мин}}\right)} \text{ (н} \cdot \text{м)}.$$

Если мощность N задана в киловаттах, то, учитывая, что:

1 л.с.=0,736 кВт, получаем

$$M_k = 973,6 \cdot \frac{N \text{ (кВт)}}{n \left(\frac{\text{об}}{\text{мин}}\right)} \text{ (кГ} \cdot \text{м)} = 9548 \cdot \frac{N \text{ (кВт)}}{n \left(\frac{\text{об}}{\text{мин}}\right)} \text{ (н} \cdot \text{м)}.$$

Деформация кручения стержня наступает в случае, когда внешние нагрузки (пары сил) лежат в плоскости, перпендикулярной его продольной оси Z (рисунок 2.1)

Внешние пары сил обозначаются символом $M_{кр}$ (рисунок 2.1 а) и называются внешними скручивающими моментами.

Используя метод мысленных сечений (см. рисунок 2.1), находят величину внутренних усилий, действующих в сечении вала при кручении из условия равновесия.

В этом случае для отсеченной части стержня относительно внешних сил и внутренних усилий условие равновесия при чистом кручении записывают как:

$$\sum M = 0 \Rightarrow M = M_{кр}.$$

Таким образом, при чистом кручении в произвольном поперечном сечении вала возникает только один силовой фактор – внутренний крутящий момент ($M_{кр}$).

2.1.4. Внутренние усилия в стержне определяются методом

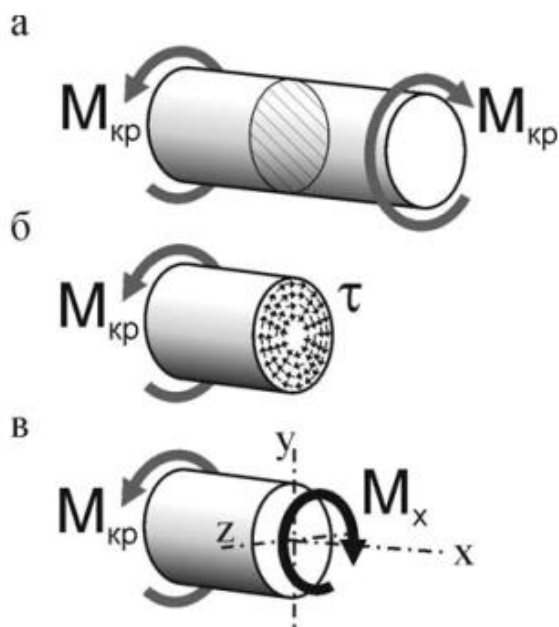


Рисунок 2.1 - Схема нагружения стержня при кручении

сечений («РОЗУ» - разрезаем, отбрасываем, заменяем, уравниваем), который подробно описан в главе 1.

Рассматривая равновесие одной из отсеченных частей стержня, например, левой, (рисунок 2.1 б) можно определить значения усилия – внутреннего крутящего момента $M_{кр}$, как алгебраическую сумму внешних скручивающих моментов $M_{кр} = \sum M$ (слева), действующих слева от проведенного (мысленного) сечения.

Внутренний крутящий момент в сечении вала M_k (может быть обозначен и другими символами,

например T, M_z) и вычисляют с помощью метода сечений, при этом моменты учитываются только по одну сторону от сечения:

$$M_k = \sum_{\text{одн}} M_i$$

где M_i – внешний активный или реактивный крутящий момент.

2.1.5. Правило знаков для внутренних крутящих моментов. Это правило является условным, так как знаки крутящих моментов не отражаются на прочностных расчетах.

Зададим правило знаков сами. Положительным будем считать крутящий момент $M_{кр}$, направленный против часовой стрелки, если смотреть со стороны положительного направления оси координат. В данном случае со стороны отброшенной (правой) части стержня на оставшуюся часть, например, левую (рисунок 2.2 а). Отрицательным будет крутящий момент, направленный по часовой стрелке (рисунок 2.2 б).

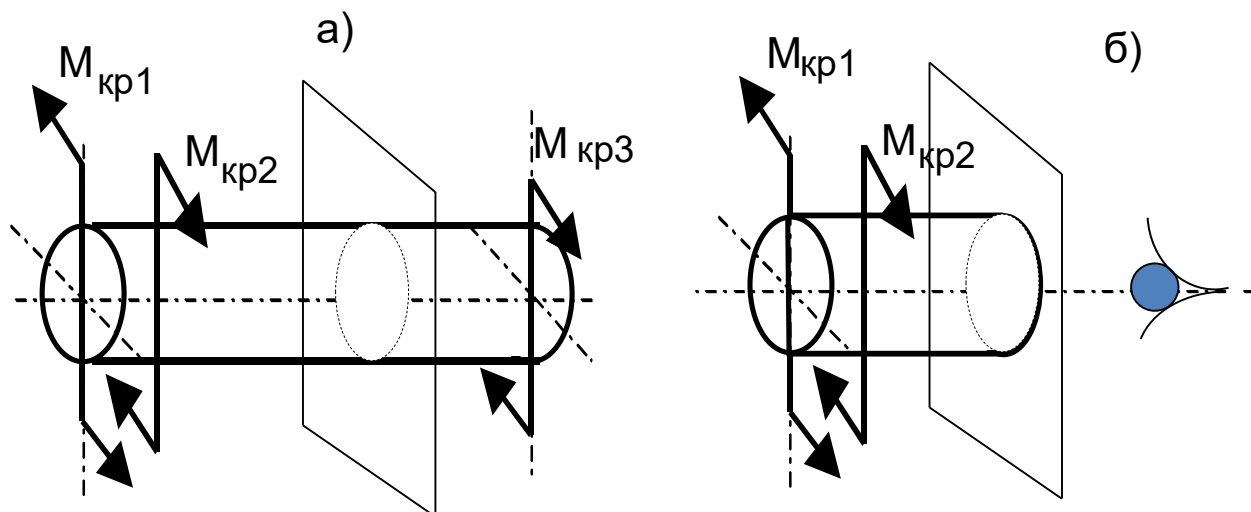


Рисунок 2.2 - Правило определения знаков при кручении

Знаки крутящих моментов необходимы только для построения эпюр - $M_{кр}$ и углов закручивания вала $-\varphi$.

2.2. Определение неизвестного момента при кручении

2.2.1. **Пример 1.** Вал нагружен скручивающими моментами. Расчетная схема вала, нагруженного скручивающими моментами, показана на рисунке 2.3.

Определить величину и направление неизвестного уравновешивающего момента M_2 , если $M_1=30$ кНм, $M_3=44$ кНм, $M_4=6$ кНм.

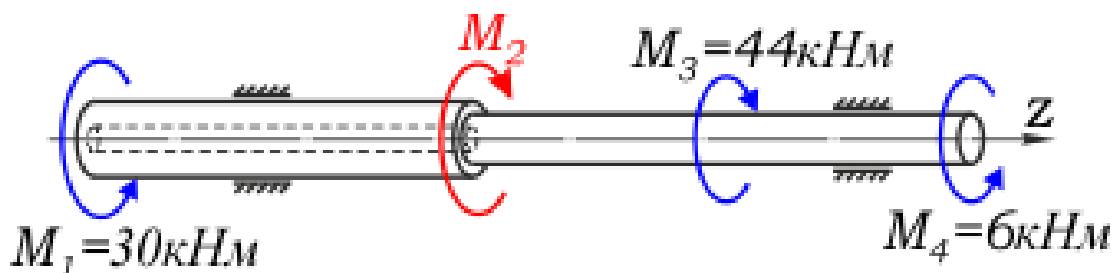


Рисунок 2.3 – Расчетная схема вала, нагруженного скручивающими моментами

Решение.

Вал при работе вращается, собственно для этого он и предназначен, чтобы, вращаясь передавать крутящий момент. Однако, в сопротивлении материалов вал рассматривают, как не вращающийся, для удобства выполнения расчетов. Поэтому, при расчетах валов, часть крутящего момента необходимая для вращения вала отбрасывается, и учитываются только внешние моменты деформирующие (скручивающие) вал, а величина и направление неизвестного скручивающего момента M_2 определяется из условия неподвижности вала. Таким образом будем полагать что рассматриваемый вал не вращается. Для этого должно выполняться следующее условие: сумма крутящих моментов относительно продольной оси вала должна быть равна нулю.

Для составления уравнения статики зададим произвольным образом направление искомого крутящего момента M_2 , например, по ходу часовой стрелки.

Запишем уравнение равновесия вала относительно продольной оси z , при этом моменты, вращающие вал в одну сторону, запишем со знаком "+", а моменты обратного направления соответственно со знаком "-":

$$\sum m(z) = 0 = M_1 - M_2 - M_3 + M_4$$

Отсюда следует, что:

$$M_2 = M_1 - M_3 + M_4 = 30 - 44 + 6 = -8 \text{ кНм}$$

Знак "-" в результате показывает, что реальное направление крутящего момента M_2 противоположно ранее выбранному, т.е. в данном случае момент M_2 направлен против хода часовой стрелки и равен 8 кНм.

Проверить правильность расчета можно сложив отдельно величины крутящих моментов, направленных по ходу часовой стрелки и моментов обратного направления. Суммы должны быть одинаковыми.

2.3. Построение эпюр крутящих моментов

Эпюра крутящих моментов показывает, как изменяются внутренние усилия $M_{кр}$ по длине стержня.

При действии на вал нескольких внешних скручивающих моментов значения внутренних крутящих моментов на каждом участке определяют методом сечений, по которым и строится эпюра крутящих моментов $M_{кр}$.

На практике любой стержень по длине может быть нагружен несколькими внешними скручивающими моментами, направления которых вначале могут быть неизвестны.

Чтобы определить значение внутренних крутящих моментов $M_{кр1}$, $M_{кр2}$, $M_{кр3}$, и т.д., стержень разбивают на участки, так, чтобы на каждый из них приходился только один крутящий момент, который необходимо определить.

Для этого границы каждого участка выбирают так, чтобы они совпадали с точками приложения внешних скручивающих моментов по длине стержня (Рисунок 2.2), для каждого участка стержня применяют метод сечений и составляют уравнения равновесия, количество которых будет равно количеству участков.

Уравнение равновесия для каждого из внутренних крутящих моментов $M_{кр1}$, $M_{кр2}$, $M_{кр3}$, и т.д., записывается аналитически как сумма внешних скручивающих моментов, действующих по одну сторону от сечения (слева или справа):

$$\sum M = 0 \Rightarrow M = M_{кр}.$$

При этом нужно помнить о правиле знаков крутящих моментов. После составления и решения каждого уравнения равновесия строят эпюру внутренних крутящих моментов для каждого участка.

На примерах рассмотрим подробно все этапы расчета и построения эпюры, а далее будем использовать краткую запись решения задач.

2.4. Примеры расчета валов и построения эпюр крутящих моментов

2.4.1. ПРИМЕР 1. Построить эпюру крутящих моментов. Расчетная схема нагружения вала показана на рисунке 2.3 а.

На расчетной схеме показано, что внешние скручивающие моменты по длине стержня заданы без численных значений и составляют следующие величины:

$$M_1=1M, M_2=2M, M_3=3M, M_4=4M.$$

Требуется:

- определить внутренние крутящие моменты $M_{кр1}, M_{кр2}, M_{кр3}$ на каждом из участков;
- построить эпюры от действия внутренних крутящих моментов $M_{кр1}, M_{кр2}, M_{кр3}$ последовательно на каждом участке.

Решение. Разбивают вал на участки I, II, III.

Нумерацию участков принимают с любой стороны, однако если стержень одним концом жестко защемлен, то удобнее номера участков обозначать, начиная со свободного (не защемленного) конца стержня.

Применяют метод сечений: назначают произвольные расстояния Z_1, Z_2, Z_3 от начала соответствующего участка до выбранного сечения (рисунок 2.3 б).

Рассматривают каждый из участков. Для этого составляют уравнения равновесия, рассчитывают величины внутренних крутящих моментов и для каждого участка строят эпюру.

Для соблюдения условия равновесия внутренние крутящие моменты на каждом участке следует направлять в противоположную сторону от внешних скручивающих моментов.

Участок I

Границы участка I находятся в пределах $0 \leq Z_1 \leq 1$ м.

Проводят сечение на произвольном расстоянии - Z_1 от начала участка и отбрасывают правую часть вала. Из условия равновесия левой отсеченной части крутящий момент $M_{кр1}$ направляют в противоположную сторону относительно внешнего момента M_1 .

На участке I в пределах всей его длины $0 \leq Z_1 \leq 1$ м внешний скручивающий момент постоянный, поэтому обозначают его равным $const$. Используя правило знаков, следует записать:

$$M_{кр1} = + M_1 = const.$$

Приступают к построению эпюры на участке I.

Порядок построения эпюры на участке I:

- проводят нулевую линию 0-0 (рисунок 2.3 в) параллельно оси вала;
- в пределах участка I перпендикулярно нулевой линии в выбранном масштабе **вверх** откладывают отрезок, равный значению $M_{кр1} = + M_1$;
- поскольку по длине участка I крутящий момент $M_{кр1} = const$, т.е. не зависит от переменной Z_1 , то линию эпюры строят параллельно линии 0-0;
- внутри эпюры указывают знак $\oplus$ и штрихуют участок эпюры перпендикулярно нулевой линии.

Участок II

Границы участка II находятся в пределах $0 \leq Z_2 \leq 0,7$ м.

Проводят сечение на произвольном расстоянии - Z_2 от начала участка и отбрасываем правую часть вала.

Составляют уравнение равновесия, для этого записывают значение крутящего момента $M_{кр2}$ как алгебраическую сумму внешних скручивающих моментов, учитывая правило знаков:

$$M_{кр2} = \sum M(\text{слева}) = +M_1 - M_2.$$

$$\text{Тогда: } M_{кр2} = +1M - 2M = -M = \text{const.}$$

Принимают окончательно:

$$M_{кр2} = -M = \text{const.}$$

Приступают к построению эпюры (рисунок 2.3 в) на участке II в том же порядке, как и на участке I:

- в пределах участка II перпендикулярно нулевой линии в выбранном масштабе **вниз** откладывают отрезок, равный значению $M_{кр2} = -M$;

- поскольку по длине участка II крутящий момент $M_{кр2} = \text{const}$, т.е. не зависит от переменной Z_2 , то линию эпюры также строят параллельно линии 0-0.

- внутри эпюры указывают знак $\ominus$ и штрихуют участок эпюры перпендикулярно нулевой линии.

Участок III

Рассматривают участок III с правой стороны вала.

Границы участка III находятся в пределах его длины:

$$0 \leq z_3 \leq 0,5 \text{ м.}$$

Проводят сечение на произвольном расстоянии z_3 от начала участка III и отбрасывают левую часть вала.

Составляют уравнение равновесия, для этого записывают значение крутящего момента $M_{кр3}$ как алгебраическую сумму внешних скручивающих моментов, учитывая правило знаков:

$$M_{кр3} = \sum M(\text{справа}) = -M_4.$$

$$\text{Тогда: } M_{кр3} = -4M = \text{const.}$$

Принимают окончательно:

$$M_{кр3} = -4M = const.$$

Приступают к построению эпюры (рисунок 2.3 в) на участке III в том же порядке, как и на участке I:

- в пределах участка III перпендикулярно нулевой линии в выбранном масштабе **вниз** откладывают отрезок, равный значению $M_{кр3} = -4M$;

- поскольку по длине участка III крутящий момент $M_{кр3} = const$, т.е. не зависит от переменной z_3 , то линия эпюры также строится параллельно линии 0-0.

- внутри эпюры указывают знак $\ominus$ и штрихуют участок эпюры перпендикулярно нулевой линии.

2.5. Контроль правильности построения эпюры $M_{кр}$.

В сечениях, где приложены внешние скручивающие моменты, на эпюре крутящих моментов (рисунок 2.3 в) должны быть скачки на их величину (по модулю).

Слева на линии действия момента $M_{кр1} = M$ на эпюре получился скачок M .

На линии действия момента $2M$ на эпюре получился скачок, равный алгебраической сумме момента M , участка I и момента M участка II.

На линии действия момента $3M$ на эпюре получился скачок, равный алгебраической сумме момента M , участка II и момента $4M$ участка III.

Слева на линии действия момента $M_{кр3} = 4M$ на эпюре получился скачок на величину момента $4M$, участка III.

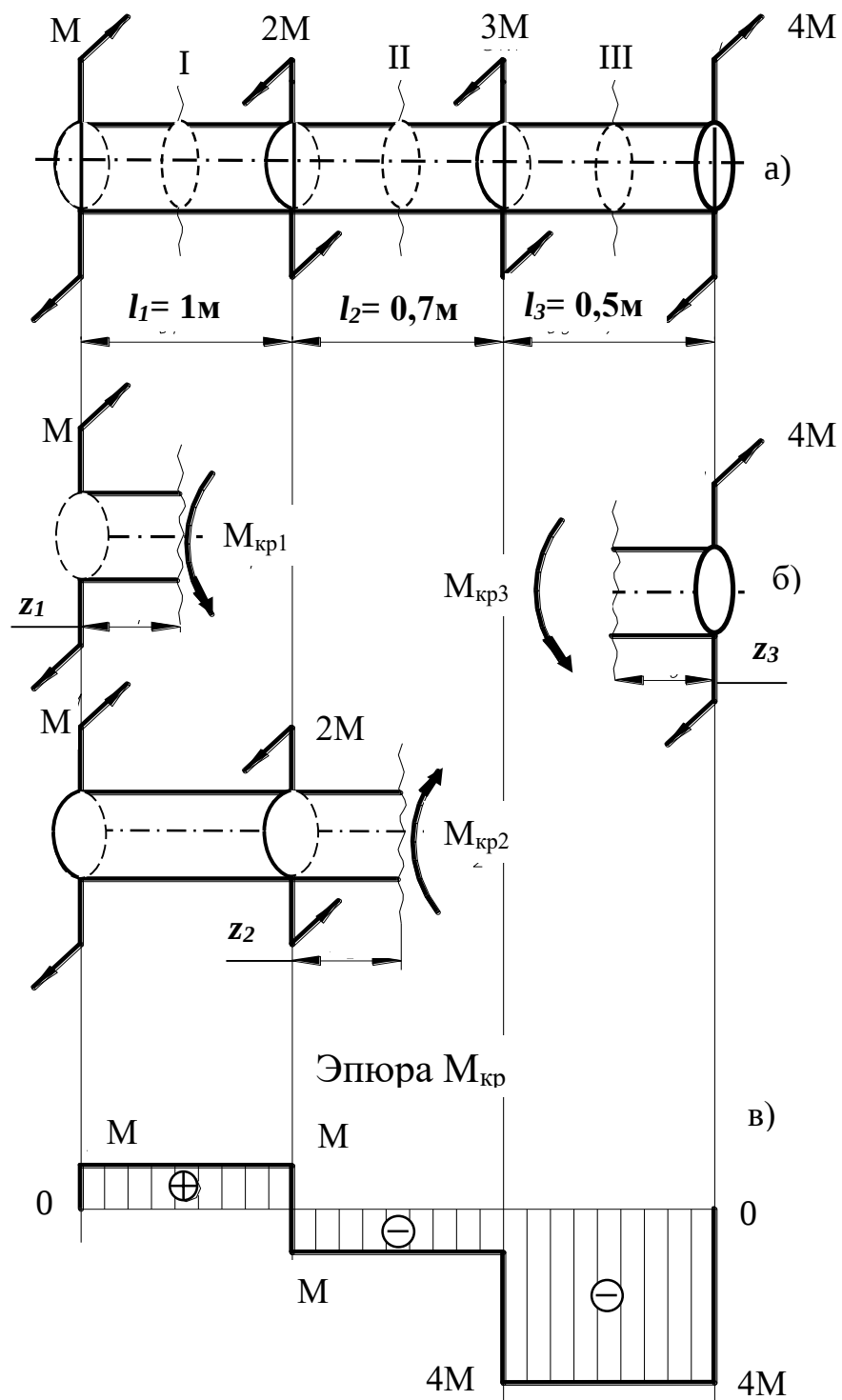


Рисунок 2.3. Построение эпюры крутящих моментов

2.6. Напряжения. Расчеты на прочность при кручении

При кручении вала в поперечных сечениях от внутреннего усилия (крутящего момента $M_{кр}$) возникают касательные напряжения τ . Они лежат в плоскости сечения, «скользят по нему» и меняются по линейному закону, как показано на схеме распределения касательных напряжений (рисунок 2.4).

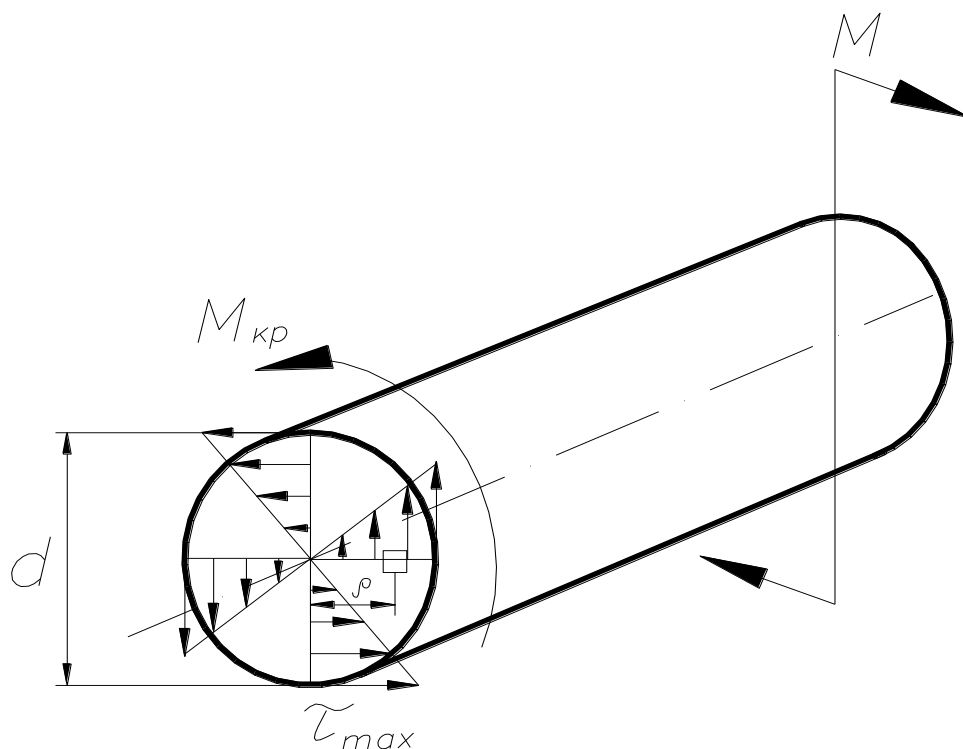


Рисунок 2.4. Схема распределения касательных напряжений при кручении

$$\tau = \frac{M_{кр}}{J_p} \rho , \quad (2.1)$$

где $M_{кр}$ - крутящий момент (берется с эпюры);

ρ - полярная координата произвольной точки сечения (рисунок 2.4);

J_p - полярный момент инерции. Это геометрическая характеристика сечения и зависит от его размеров.

Например, для круглого сечения полярный момент инерции:

$$J_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32}, \quad (2.2)$$

где d - диаметр вала.

Максимальные касательные напряжения будут возникать в точках, наиболее удаленных от центра сечения при $\rho_{max} = \frac{d}{2}$.

Отношение $\frac{J_p}{\rho_{max}}$ называется полярным моментом сопротивления и обозначается:

$$W_p = \frac{J_p}{\rho_{max}}. \quad (2.3)$$

Для круглого сечения на основании формул (2.2) и (2.3) полярным моментом сопротивления равен:

$$W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16}. \quad (2.4)$$

Итак, максимальные касательные напряжения, действующие в любой точке на поверхности вала, согласно формулам (2.1), (2.3) окончательно запишутся

$$\tau_{max} = \frac{M_{кр}}{J_p} \cdot \rho_{max} = \frac{M_{кр}}{J_p / \rho_{max}} = \frac{M_{кр}}{W_p}. \quad (2.5)$$

Оценка прочности вала заключается в сравнении максимальных касательных напряжений (τ_{max}) с допускаемыми напряжениями $[\tau]$, которые может выдержать материал вала при приложении к нему крутящего момента.

2.7. Условие прочности при кручении

$$\tau_{max} = \frac{M_{кр max}}{W_p} \leq [\tau] . \quad (2.6)$$

Допускаемые касательные напряжения $[\tau]$ либо задаются в справочниках, либо определяются через предел текучести или предел прочности при кручении.

Для пластичных материалов допускаемые касательные напряжения принимаются:

$$[\tau] = \frac{\tau_T}{n_T} .$$

Для хрупких материалов принимаются:

$$[\tau] = \frac{\tau_{\sigma}}{n_{\sigma}} .$$

В некоторых случаях допускаемые касательные напряжения определяют через допускаемые напряжения при растяжении:

– для пластичных материалов: $[\tau] = (0,5 \div 0,6) \cdot [\sigma_p] , \quad (2.7)$

– для хрупких материалов: $[\tau] = (1,0 \div 1,2) \cdot [\sigma_p] . \quad (2.8)$

Из условия прочности при кручении (2.6) по аналогии с темой растяжение – сжатие (раздел 1.4) можно решать различные типы задач:

1) Проектировочный расчет.

- 2) Определение нагрузочной способности вала.
- 3) Проверочный расчет.
- 4) Определение коэффициента запаса прочности по материалу стержня.

2.8. Деформация вала. Расчеты на жесткость

При кручении вала от внутреннего крутящего момента $M_{кр}$ происходит поворот одного сечения вала относительно другого, на некоторый угол φ (рисунок 2.5).

На рисунке 2.5 правое сечение принято за неподвижное. Тогда левое сечение, находящееся на расстояние (l) от него, повернется на угол, равный φ :

$$\varphi = \frac{M_{кр} \cdot l}{G \cdot J_p} [\text{рад.}], \quad (2.9)$$

где J_p - полярный момент инерции (2.2);

G - модуль сдвига, или модуль упругости второго рода, характеризует упругие свойства материала при деформации кручения.

Произведение ($G \cdot J_p$) называется жесткостью вала заданного сечения. Для расчета на жесткость определяется относительный угол закручивания равный $\theta = \frac{\varphi}{l}$, с учетом формулы 2.9 запишется:

$$\theta = \frac{M_{кр} \cdot 180^\circ}{G \cdot J_p \cdot \pi} \left[\frac{\text{град}}{\text{м}} \right], \quad (2.10)$$

где $\frac{180^\circ}{\pi}$ - перевод радиан в градусы.

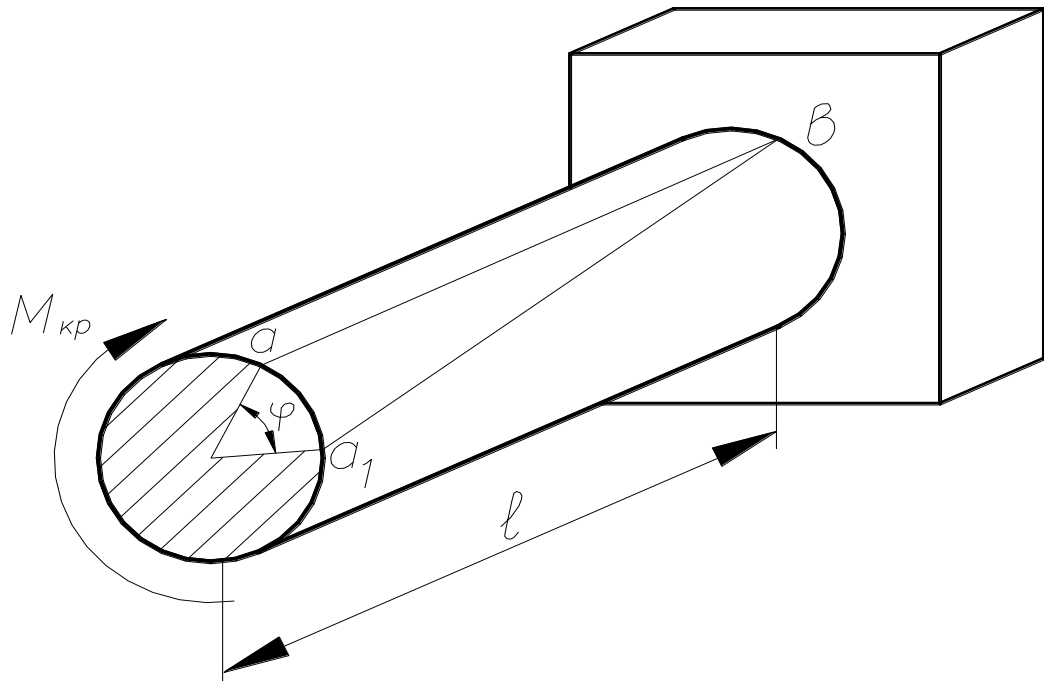


Рисунок 2.5. Деформации вала при кручении

Условие жесткости заключается в сравнении максимального относительного угла закручивания с допускаемым относительным углом, назначаемым нормами проектирования.

$$\theta_{max} = \frac{M_{крmax} \cdot 180^\circ}{G \cdot J_p \cdot \pi} \leq [\theta] . \quad (2.11)$$

Допускаемый угол закручивания назначается в пределах:

$$[\theta] = (0,15 \div 0,25) \left[\frac{град}{м} \right]$$

в зависимости от условий работы вала.

2.8.1. ПРИМЕР 2. На рисунке 2.6 показан результат расчета вала и построение эпюры крутящих моментов. Далее показана эпюра фактических углов закручивания на каждом участке вала в радианах.

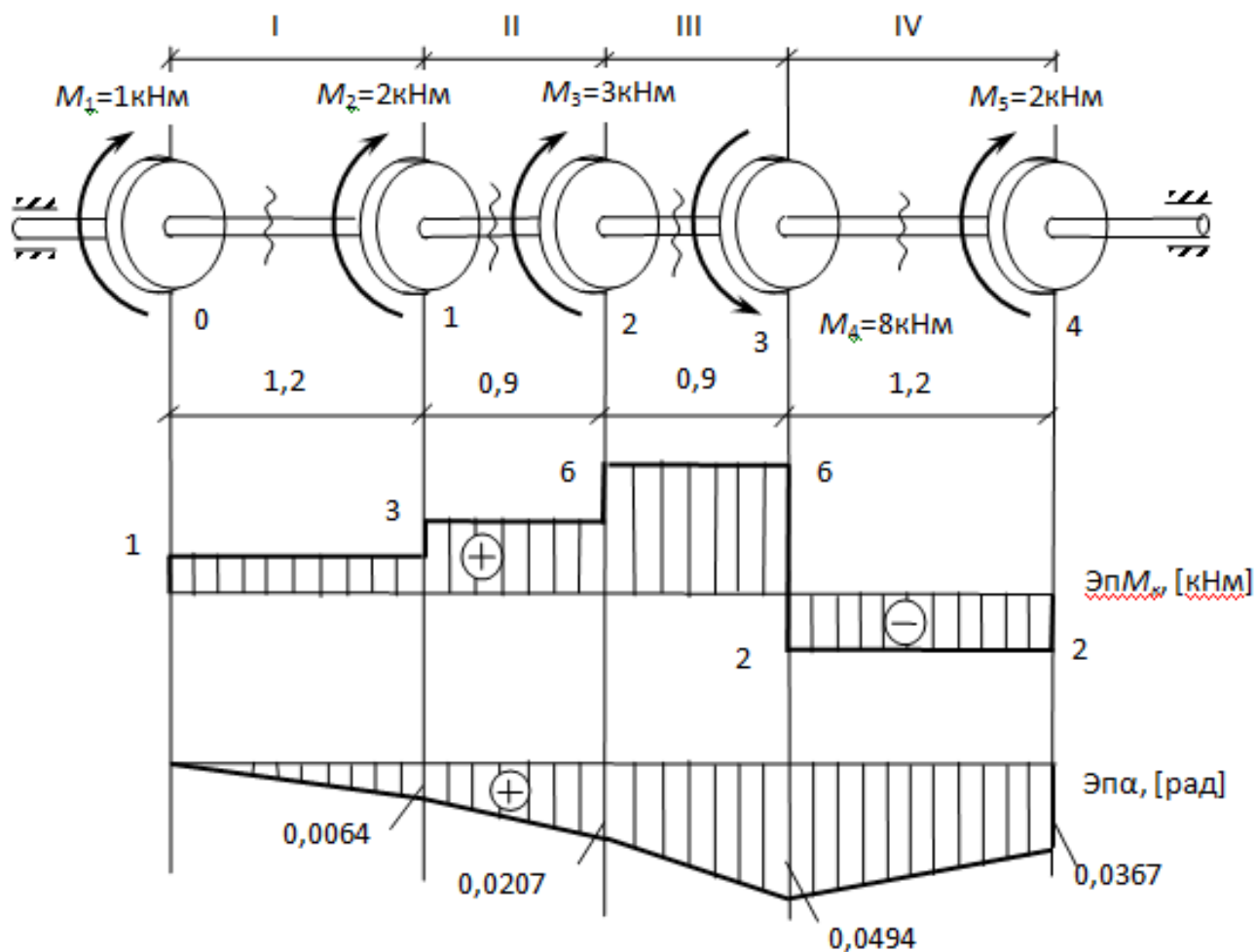


Рисунок 2.6 - Результат расчета вала, построение эпюры крутящих моментов и эпюры фактических углов закручивания

Студенту предлагается самостоятельно провести анализ результатов построения эпюр и проконтролировать правильность их построения по скачкам.

2.9. Пример выполнения контрольного задания № 2. Расчет прочности и деформации вала при чистом кручении

Варианты заданий и исходные данные для расчета стержней на чистое кручение приведены в таблице 2.1, расчетные схемы стержней приведены в таблице 2.2.

Пример выполнения контрольного задания не входит ни в один из вариантов и не может быть представлен в качестве выполненной работы.

Требуется:

- 1) Построить эпюру крутящих моментов $M_{кр}$.
- 2) Выполнить проектировочный расчет из условия прочности и условия жесткости каждого участка вала.
- 3) Построить эпюру касательных напряжений каждого участка вала под эпюрой крутящих моментов.
- 4) Начертить эскиз ступенчатого вала под эпюрой касательных напряжений с указанием выбранных диаметров каждого участка вала.
- 5) Построить эпюру углов закручивания каждого участка вала.

Расчетная схема составного вала, показана на рисунке 2.7 а).

Исходные данные для расчета составного вала:

- значение внешнего крутящего момента $M = 5 \text{ кН*м}$;
- длина каждого участка вала $l = 1,0 \text{ м}$;
- допускаемое касательное напряжения материала вала $[\tau] = 80 \text{ МПа}$;
- модуль сдвига материала $G = 8 \cdot 10^4 \text{ МПа}$.

– допускаемый угол закручивания $[\theta] = 0,25^\circ$ на 1м длины вала.

Решение.

2.9.1. Разбивают вал на участки, начиная, например, слева. Участки обозначают римскими цифрами I, II, III (рисунок 2.6 а).

Участок I : $0 \leq Z_1 \leq 0,5l$.

«Идут» слева:

$$M_{кр1} = -3M = const ,$$

как показано на рисунках 2.7 б) и 2.7 в).

2.9.2. Строят эпюру крутящих моментов $M_{кр}$, применяя метод сечений «РОЗУ», в общем виде и не подставляя пока числовых значений. Порядок построения эпюр показан в предыдущих разделах.

Участок II: $0 \leq Z_2 \leq 0,6l$

«Идут» слева. Крутящий момент в сечении будет равен сумме скручивающих моментов:

$$M_{кр2} = -3M - M = -4M = const ,$$

как показано на рисунках 2.7 б) и 2.7 в).

Участок III: $0 \leq Z_3 \leq 0,3l$

«Идут» справа, отбрасывая левую часть вала

$$M_{кр3} = +2M = const ,$$

как показано на рисунках 2.7 б) и 2.7 в).

По длине каждого участка крутящие моменты постоянны, то есть не зависят от изменения координаты Z .

Проверяют правильность эпюры по скачкам в характерных сечениях, где приложены внешние скручивающие моменты.

«Идут» слева и видим скачки на величину: $3M, M, 6M, 2M$ (рисунок 2.7 в).

2.9.3. Выполняют проектировочный расчет из условия прочности.

Касательные напряжения определяют из условия прочности:

$$\tau = \frac{M_{кр}}{W_p} \geq [\tau].$$

Полярный момент сопротивления для круглого сечения равен:

$$W_p = \frac{\pi d^3}{16} \geq \frac{M_{кр}}{[\tau]}.$$

2.9.4. Определяют диаметр на участке вала из условия прочности:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot M_{кр}}{\pi [\tau]}}. \quad (2.12)$$

2.9.5. Рассчитывают каждый участок вала по условию жесткости по углу закручивания. Из условия жесткости (2.11) определяют максимальный угол закручивания вала:

$$\theta_{max} = \frac{M_{кр} \cdot 180^0}{G \cdot J_p \cdot \pi} \leq [\theta].$$

Из этой формулы полярный момент инерции для круглого сечения вала должен быть принят не менее:

$$J_p \geq \frac{M_{кр} \cdot 180^0}{G \cdot \pi \cdot [\theta]}.$$

Полярный момент инерции для круглого сечения должен быть равен или более:

$$J_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32} \geq \frac{M_{кр} \cdot 180^\circ}{G \cdot \pi \cdot [\theta^\circ]},$$

2.9.6. Определяют диаметр на каждом участке вала из условия жесткости по крутящему моменту, показанному на эпюре для каждого участка:

$$d \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot M_{кр} \cdot 180^\circ}{\pi^2 \cdot G \cdot [\theta]}}. \quad (2.13)$$

2.9.7. Рассчитывают диаметры вала на каждом участке.

Значения крутящих моментов берут с эпюры (рисунок 2.7 в) по абсолютной величине, так как направление действия момента не влияет на величину диаметра вала.

Участок I

Границы $0 \leq z_1 \leq 0,5l$

$$M_{кр} = |3M|.$$

Определяют диаметр вала на участке I из условия прочности (2.12):

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 10^3 (н \cdot м)}{3.14 \cdot 80 \cdot 10^6 \left(\frac{н}{м^2} \right)}} = 0.0985 м \approx 99 мм.$$

Определяют диаметр вала на участке I из условия жесткости (2.13):

$$d_1 \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 10^3 (н \cdot м) \cdot 180^\circ}{3,14^2 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \left(\frac{н}{м^2} \right) \cdot 0,25^\circ}} = 0,1446 м \approx 145 мм.$$

Из двух найденных диаметров по условию прочности и жесткости принимают наибольший диаметр. В данном случае

наибольший диаметр получен по условию жесткости, поэтому принимают его в качестве исполнительного диаметра на участке I:

$$d_1 = 145 \text{ мм.}$$

Участок II

Границы $0 \leq z_2 \leq 0,6l$

$$M_{кр} = |4M|.$$

Определяют диаметр вала на участке II из условия прочности (2.12):

$$d_2 \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 10^3 (H \cdot M)}{3.14 \cdot 80 \cdot 10^6 \left(\frac{H}{M^2} \right)}} = 0,108 \text{ м} \approx 108 \text{ мм}.$$

Определяют диаметр вала на участке II из условия жесткости (2.13):

$$d_2 \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 10^3 (H \cdot M) \cdot 180^\circ}{3.14^2 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \left(\frac{H}{M^2} \right) \cdot 0.25^\circ}} = 0,1555 \text{ м} \approx 156 \text{ мм}.$$

В данном случае наибольший диаметр вала получен по условию жесткости. поэтому принимают его в качестве исполнительного диаметра на участке II:

$$d_2 = 156 \text{ мм.}$$

Участок III

Границы $0 \leq z_3 \leq 0,3l$

$$M_{кр} = |2M|.$$

Определяют диаметр вала на участке III из условия прочности (2.12):

$$d_3 \geq \sqrt[3]{\frac{16 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 10^3 (H \cdot M)}{3.14 \cdot 80 \cdot 10^6 \left(\frac{H}{M^2} \right)}} = 0,086 м \approx 86 мм.$$

Определяют диаметр вала на участке III из условия жесткости (2.13):

$$d_3 \geq \sqrt[4]{\frac{32 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 10^3 (H \cdot M) \cdot 180^\circ}{3.14^2 \cdot 8 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \left(\frac{H}{M^2} \right) \cdot 0.25^\circ}} = 0,1307 м \approx 131 мм$$

В данном случае наибольший диаметр вала получен по условию жесткости. поэтому принимают его в качестве исполнительного диаметра на участке II:

$$d_3 = 131 мм.$$

2.9.8. По принятым значениям диаметров вала на каждом участке:

$$d_1 = 145 мм, d_2 = 156 мм, d_3 = 131 мм$$

вычерчивают эскиз вала под эпюрой крутящих моментов, как показано на рисунке 2.7 а).

2.9.9. В задаче задан допустимый угол закручивания, но диаметры вала округлены до ближайшего целого числа. Требуется определить фактические углы закручивания каждого участка вала.

Используя формулу (2.13):

$$d^4 \geq \frac{32 \cdot M_{кр} \cdot 180^\circ}{\pi^2 \cdot G \cdot [\theta^\circ]},$$

следует преобразовать ее для определения угла закручивания.

2.9.10. Величину крутящего момента на каждом участке вала принимают со своим знаком и определяют фактический угол закручивания каждого участка вала по формуле:

$$\pm\theta_f^\circ \geq \frac{32 \cdot (\pm M_{кр}) \cdot 180^\circ}{\pi^2 \cdot G \cdot d^4}, \text{ град.} \quad (2.14)$$

2.9.11. Определяют фактический угол закручивания вала на каждом из участков I, II, III по формуле (2.14).

2.9.12. Определяют суммарный фактический угол закручивания всего вала:

$$\pm\theta_{\Sigma f}^\circ = \pm\theta_1^\circ \pm \theta_2^\circ \pm \theta_3^\circ$$

2.9.13. На рисунке 2.7 строят эпюру фактических углов закручивания участков вала.

2.9.14. Построение эпюры углов закручивания участков вала студенту предлагается сделать самостоятельно, руководствуясь рисунком 2.5.

2.9.15. По результатам расчета вала на чистое кручение аналогично рисункам 2.5 и 2.6 студенту следует самостоятельно показать:

- расчетную схему вала;
- порядок расчета;
- сечения для расчета и построения эпюры крутящих моментов каждого участка вала;
- эпюру крутящих моментов;
- эпюру углов закручивания участков вала;
- описать контроль правильности построения эпюр;
- эскиз вала с указанием размеров (длины и диаметра) каждого участка в мм.

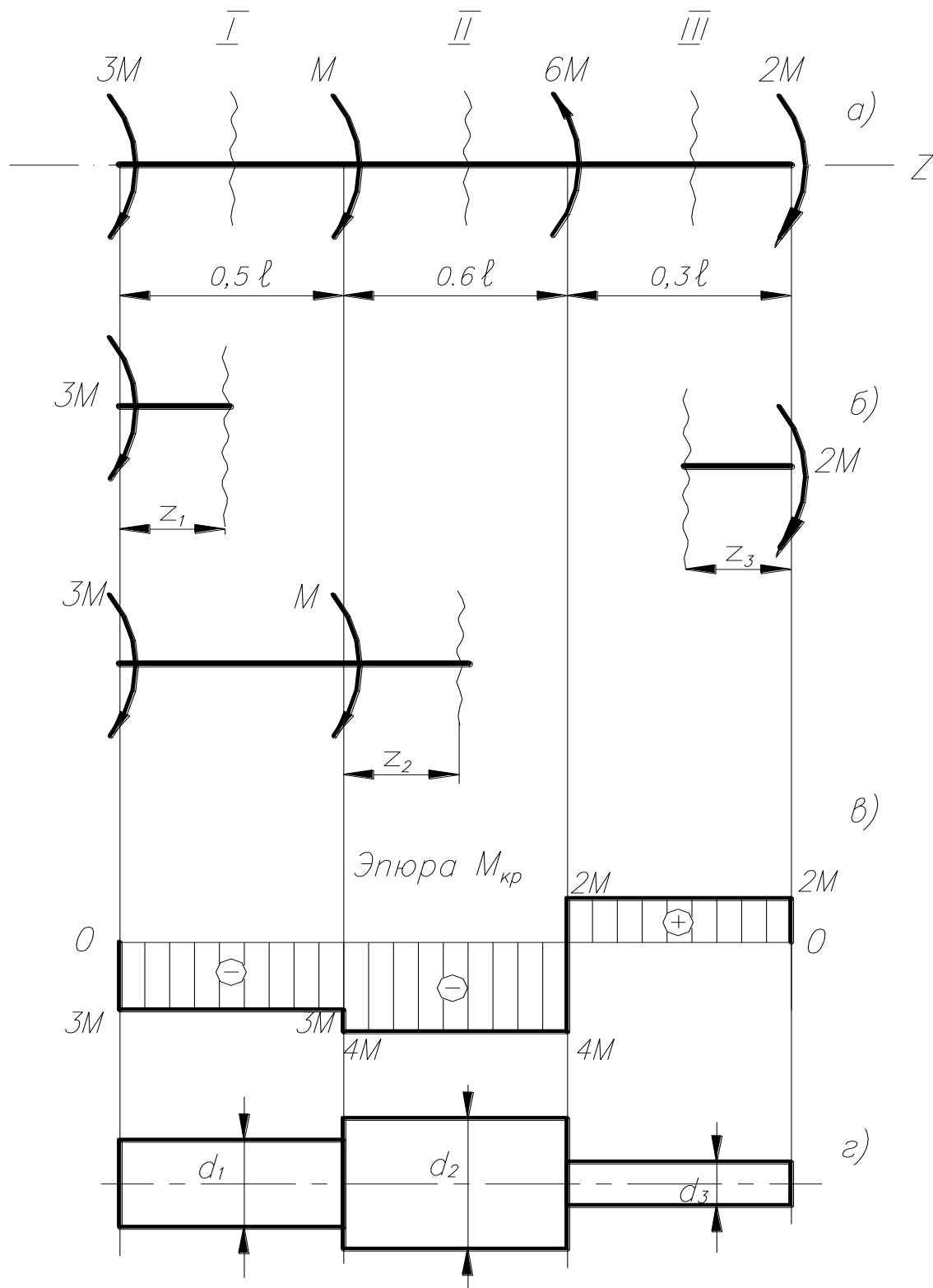
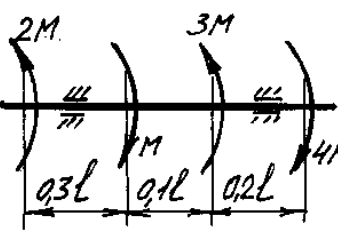
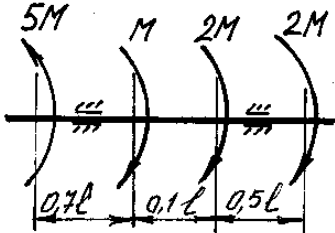
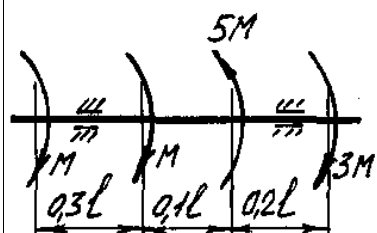
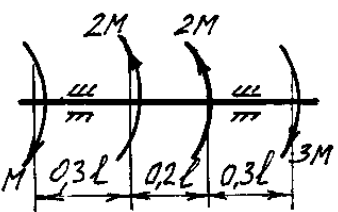
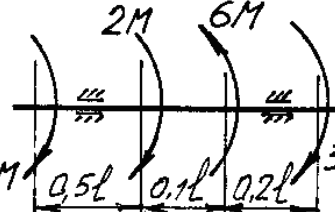
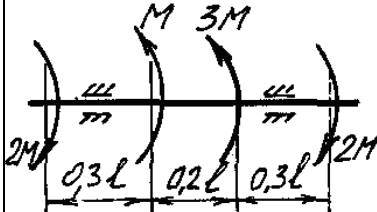
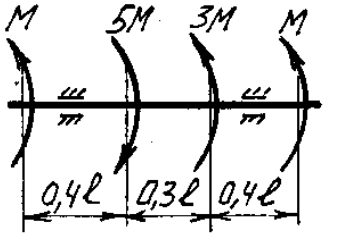
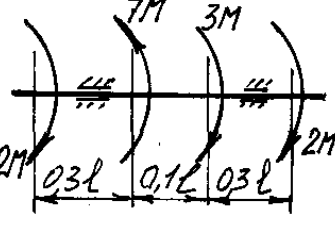
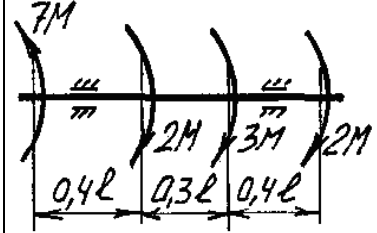
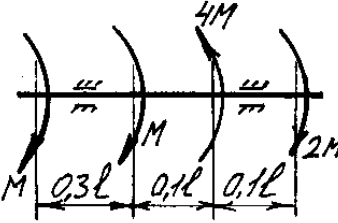
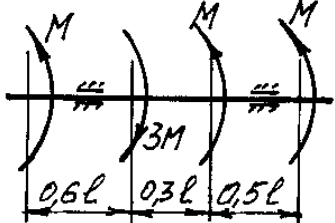
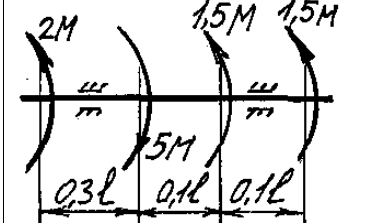
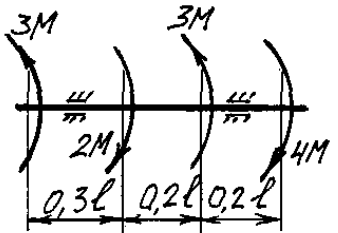
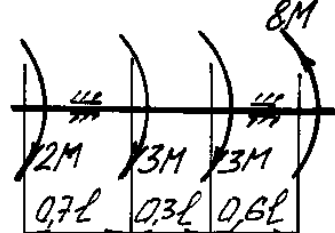
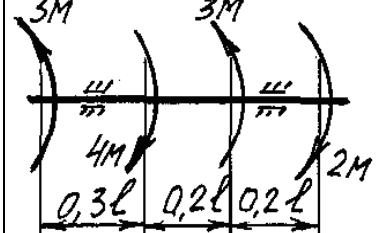


Рисунок 2.7 - Порядок построения эпюры, эскиза вала и фактических углов закручивания участков вала

Таблица 2.1 - Исходные данные для расчета на кручение

Вариант	$M, \text{кН} \cdot \text{м}$	$l, \text{м}$	$[\sigma], \text{МПа}$	$[\tau], \text{МПа}$	$E, \text{МПа}$	$G, \text{МПа}$
1	4,2	1,2	80	50	$1,9 \cdot 10^5$	$8,1 \cdot 10^4$
2	2,1	1,3	90	50	$1,95 \cdot 10^5$	$8 \cdot 10^4$
3	3,4	1,4	95	50	$1,9 \cdot 10^5$	$8,2 \cdot 10^4$
4	4,2	1,5	100	60	$2,0 \cdot 10^5$	$8,1 \cdot 10^4$
5	6,1	1,6	110	60	$2,1 \cdot 10^5$	$8,3 \cdot 10^4$
6	4,7	1,7	120	60	$2,0 \cdot 10^5$	$8,2 \cdot 10^4$
7	3,2	1,8	160	80	$2,1 \cdot 10^5$	$8,1 \cdot 10^4$
8	2,9	1,9	100	50	$1,9 \cdot 10^5$	$8,3 \cdot 10^4$
9	4,2	1,5	80	50	$1,95 \cdot 10^5$	$8,2 \cdot 10^4$
10	5,6	1,8	90	50	$1,9 \cdot 10^5$	$8,1 \cdot 10^4$
11	6,1	1,3	160	80	$1,9 \cdot 10^5$	$8 \cdot 10^4$
12	2,5	1,4	180	90	$2,0 \cdot 10^5$	$8,3 \cdot 10^4$
13	5,4	1,3	200	100	$2,1 \cdot 10^5$	$8,1 \cdot 10^4$
14	4,3	1,6	210	110	$2,0 \cdot 10^5$	$8,3 \cdot 10^4$
15	3,8	1,2	170	85	$1,95 \cdot 10^5$	$8,2 \cdot 10^4$
16	2,4	1,9	120	60	$1,85 \cdot 10^5$	$8,1 \cdot 10^4$
17	1,6	1,3	140	70	$1,9 \cdot 10^5$	$8,3 \cdot 10^4$
18	4,5	1,7	130	70	$2,0 \cdot 10^5$	$8,2 \cdot 10^4$
19	3,3	1,5	160	80	$2,0 \cdot 10^5$	$8,1 \cdot 10^4$
20	2,4	1,6	100	90	$2,1 \cdot 10^5$	$8,3 \cdot 10^4$
21	3,4	1,7	120	60	$2,0 \cdot 10^5$	$8,2 \cdot 10^4$
22	4,5	1,9	130	70	$2,0 \cdot 10^5$	$8,1 \cdot 10^4$
23	3,2	1,4	140	70	$1,9 \cdot 10^5$	$8,3 \cdot 10^4$
24	2,2	1,3	200	100	$1,85 \cdot 10^5$	$8,2 \cdot 10^4$
25	4,3	1,7	160	80	$1,9 \cdot 10^5$	$8,3 \cdot 10^4$
26	3,6	1,6	180	90	$2,0 \cdot 10^5$	$8,1 \cdot 10^4$
27	6,2	1,8	90	50	$2,1 \cdot 10^5$	$8,2 \cdot 10^4$
28	7,5	2,3	120	60	$2,0 \cdot 10^5$	$8,3 \cdot 10^4$
29	4,4	2,7	140	70	$2,1 \cdot 10^5$	$8,1 \cdot 10^4$
30	6,5	1,8	160	80	$2,0 \cdot 10^5$	$8,2 \cdot 10^4$

Таблица 2.2 - Расчетные схемы для расчета вала на кручение

Номера вариантов расчетных схем					
1		6		11	
2		7		12	
3		8		13	
4		9		14	
5		10		15	

продолжение таблицы 2.2

Номера вариантов расчетных схем					
16		21		26	
17		22		27	
18		23		28	
19		24		29	
20		25		30	

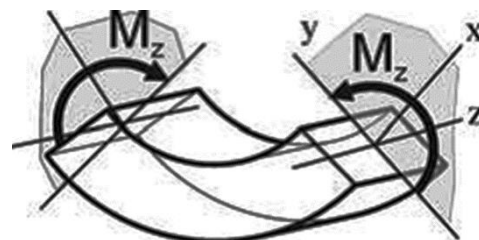
2.10. Контрольные вопросы для самопроверки знаний по кручению стержней

- 1) Внешние нагрузки, вызывающие кручение стержня.
- 2) Внутренние усилия, порядок построения эпюры крутящих моментов.
- 3) Порядок построения эпюры углов закручивания стержня.
- 4) Для какой цели служит определение углов закручивания стержня (вала).
- 5) Гипотезы, положенные в основу вывода формул касательных напряжений и углов закручивания стержня.
- 6) Пояснить закон распределения касательных напряжений по сечению стержня.
- 7) Расчёт на прочность и жёсткость при кручении. Типы задач, решаемых из условия прочности и жесткости.
- 8) Понятие о полярном радиусе инерции, полярном моменте инерции и полярном моменте сопротивления сечения. Дать их формулы для сплошного и кольцевого сечений.
- 9) Напряжённое состояние при кручении. Анализ характера разрушения стального, чугунового и деревянного образцов.
- 10) Моменты инерции J_k и моменты сопротивления W_k кручению стержня круглого сечения. Пояснить их смысл и необходимость применения в расчетах прочности.

3. РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ БАЛОК ПРИ ПЛОСКОМ ПОПЕРЕЧНОМ ИЗГИБЕ

3.1. Краткие теоретические сведения

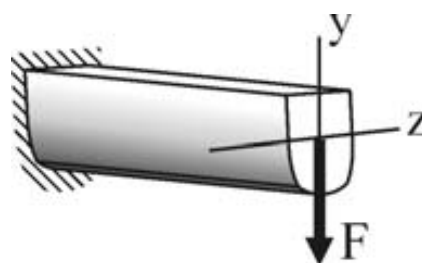
Изгиб – это такой вид нагружения, при котором стержень загружен моментами в плоскостях, проходящих через продольную ось стержня.



Стержень, работающий на изгиб, называется балкой (или брусом). В дальнейшем будем рассматривать прямолинейные балки, поперечное сечение которых имеет хотя бы одну ось симметрии.

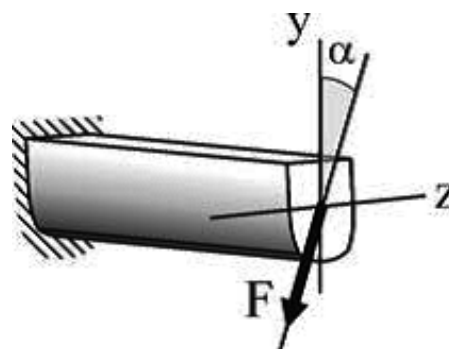
В сопротивлении материалов различают изгиб плоский, косой и сложный.

Плоский изгиб – изгиб, при котором все усилия, изгибающие балку, лежат в одной из плоскостей симметрии балки (в одной из главных плоскостей).



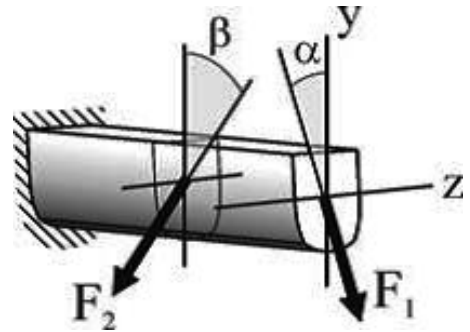
Главными плоскостями инерции балки называют плоскости, проходящие через главные оси поперечных сечений и геометрическую ось балки (ось x).

Косой изгиб – изгиб, при котором нагрузки действуют в одной плоскости, не совпадающей с главными плоскостями инерции.



Сложный изгиб – изгиб, при котором нагрузки действуют в различных (произвольных) плоскостях.

Далее будем рассматривать только плоский изгиб, то есть все силы будем прилагать в плоскости симметрии балки.



3.2. Определение внешних усилий и моментов при изгибе

3.2.1. К внешним нагрузкам относятся:

1) Сосредоточенные силы P , перпендикулярные оси балки задаются в кН, т, кг.

2) Сосредоточенные изгибающие моменты (пары сил) M , лежащие в одной из плоскостей балки, задаются в кН·м, т·м, кг·м.

3) Нагрузка, распределенная по всей длине или на отдельных участках балки, обозначается знаком q . Единицы измерения распределенной нагрузки задаются в кН/м, т/м, кг/см.

4) Опоры и опорные реакции.

3.2.2. Чтобы балка могла воспринимать внешние нагрузки и передавать их на основание, она должна иметь опорные крепления.

Различают три основных вида опор:

1) Шарнирная неподвижная опора в которой возникают только две опорные реакции:

- R - вертикальная опорная реакция;
- H - горизонтальная опорная реакция.

2) Шарнирно-подвижная опора, в такой опоре возникает только одна реакция – вертикальная, совпадающая по направлению с опорной связью.

3) Жесткая заделка (рисунок 3.1 в)

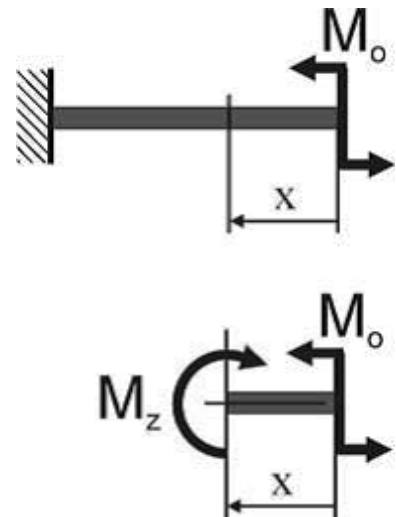
Такая опора препятствует перемещению опорного сечения балки по вертикали, по горизонтали и не допускает поворота сечения около точки A . Поэтому в заделке имеют место три реактивных усилия: вертикальная реакция R , горизонтальная - H и опорный момент M_A (рисунок 3.1, в).

3.3. Определение внутренних усилий и моментов при изгибе

Рассмотрим два характерных случая изгиба балок.

1 случай. Консольная балка изгибается под действием сосредоточенного момента M_0 . Используя метод мысленных сечений и составляя уравнения равновесия для отсеченных частей балки определяют внутренние усилия и изгибающие моменты:

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 & Q_y &= 0 \\ \sum M_z &= 0 & M_z &= M_0 \end{aligned}$$

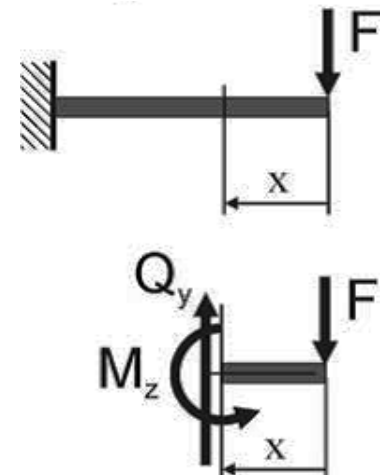


2 случай. Консольная балка изгибается под действием сосредоточенной силы F .

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 & Q_y &= F \\ \sum M_z &= 0 & M_z &= -F \cdot x \end{aligned}$$

Таким образом, в общем случае плоского изгиба по одной главной оси (x) в сечении балки возникает два внутренних усилия:

– изгибающий момент M_z ;



- поперечная сила Q_y ;

При изгибе относительно другой главной оси (y) в сечении балки возникает также два внутренних усилия:

- изгибающий момент M_y ;
- поперечная сила Q_z .

При этом, в соответствии с двумя рассмотренными случаями нагружения, плоский изгиб можно подразделить на чистый и поперечный.

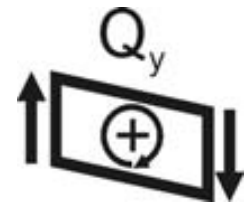
Чистый изгиб – плоский изгиб, при котором в сечениях стержня из шести внутренних усилий возникает только одно – изгибающий момент (см. первый случай).

Поперечный изгиб – изгиб, при котором в сечениях стержня кроме внутреннего изгибающего момента возникает и поперечная сила (см. второй случай).

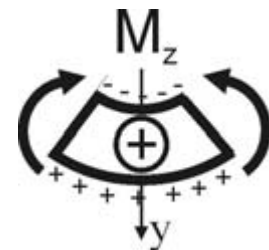
К простым видам сопротивления относится лишь чистый изгиб. Поперечный изгиб относят к простым видам сопротивления условно, так как в большинстве случаев (для достаточно длинных балок) действием поперечной силы при расчетах на прочность можно пренебречь.

3.3.1. При определении внутренних усилий придерживаются следующего правила знаков:

1) поперечную силу Q_y считают положительной, если она стремится повернуть рассматриваемый элемент балки по часовой стрелке;



2) изгибающий момент M_z считают положительным, если при изгибе элемента (участка) балки верхние волокна сжаты, а нижние – растянуты (так называемое правило зонта).



Таким образом, решение задачи по определению внутренних усилий при изгибе выстраивают по следующему плану:

1) На первом этапе, рассматривая условия равновесия конструкции в целом, определяют, если это необходимо, неизвестные реакции опор. Для консольной балки реакции в заделке можно и не находить, если рассматривать балку со свободного конца.

2) На втором этапе выделяют характерные участки балки, принимая за границы участков точки приложения сил, точки изменения формы или размеров балки, точки закрепления балки.

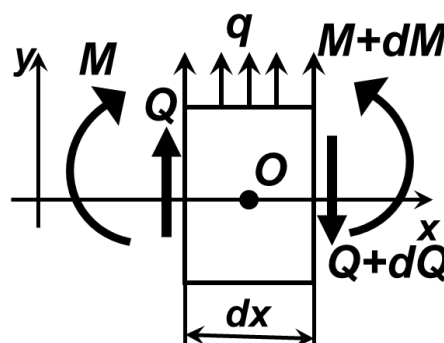
3) На третьем этапе определяют внутренние усилия в сечениях балки, рассматривая условия равновесия элементов балки на каждом из участков.

3.4. Дифференциальные зависимости при изгибе

Взаимосвязи между внутренними усилиями и внешними нагрузками при изгибе, а также характерные особенности эпюр Q и M , знание которых облегчает построение эпюр и позволяет контролировать их правильность. Для удобства записи обозначают:

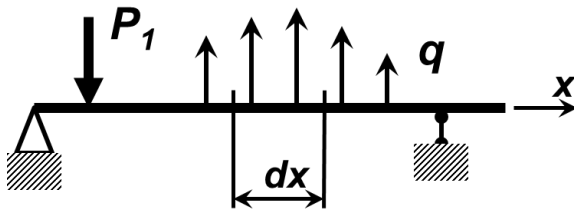
$$M \equiv M_z, Q \equiv Q_y.$$

Выделим на участке балки с произвольной нагрузкой в месте, где нет сосредоточенных сил и моментов, малый элемент dx .



Так как вся балка находится в равновесии, то и элемент dx будет находиться в равновесии под действием приложенных к нему поперечных сил, изгибающих моментов и внешней нагрузки.

Поскольку Q и M в общем случае меняются вдоль оси балки, то в



сечениях элемента dx будут возникать поперечные силы Q и $Q+dQ$, а также изгибающие моменты M и $M+dM$.

Из условия равновесия выделенного элемента получено:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow Q + q \cdot dx - (Q + dQ) = 0;$$

$$\sum M_0 = 0 \Rightarrow M + Q \cdot dx + q \cdot dx \cdot \frac{dx}{2} - (M + dM) = 0.$$

Первое из двух записанных уравнений дает условие:

$$q = \frac{dQ}{dx} \quad (3.1)$$

Из второго уравнения, пренебрегая слагаемым $q \cdot dx \cdot (dx/2)$ как бесконечно малой величиной второго порядка, находят:

$$q = \frac{d^2 M}{dx^2} \quad (3.2)$$

Рассматривая выражения (3.1) и (3.2) совместно:

$$-Qdx + dM - dQ \frac{dx}{2} = 0,$$

можно получить:

$$Q = \frac{dM}{dx} \quad (3.3)$$

Соотношения (3.1), (3.2) и (3.3) называют дифференциальными зависимостями Д. И. Журавского при изгибе.

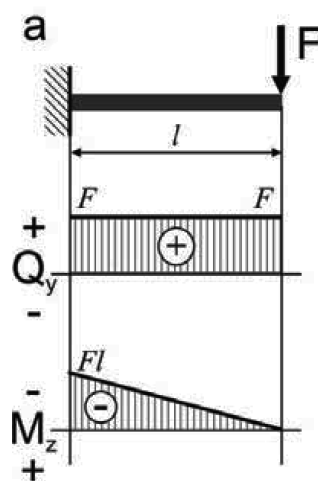
Анализ дифференциальных зависимостей при изгибе позволяет установить некоторые особенности построения эпюр изгибающих моментов и поперечных сил для простых случаев нагружения балок поперечными внешними нагрузками.

Следует рассмотреть каждый случай отдельно.

Действие на балку сосредоточенной поперечной силы:

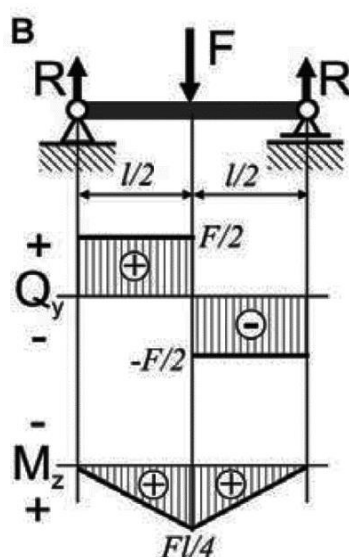
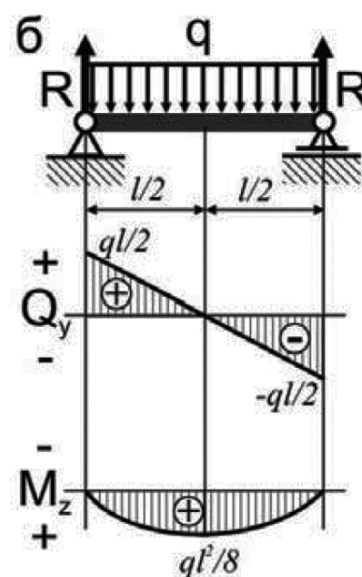
а - на участках, где нет распределенной нагрузки q , эпюры Q ограничены прямыми линиями, параллельными базе.

Эпюры M - наклонными прямыми.



Действие на балку распределенной нагрузки:

б - на участках, где к балке приложена распределенная нагрузка q , эпюры Q ограничены наклонными прямыми, а эпюры M - квадратичными параболами. При этом, если эпюру M строим «на растянутом волокне», то выпуклость параболы будет направлена по направлению действия q , а экстремум будет расположен в сечении, где эпюра Q пересекает базовую линию;



Действие на балку сосредоточенной силы между опорами:

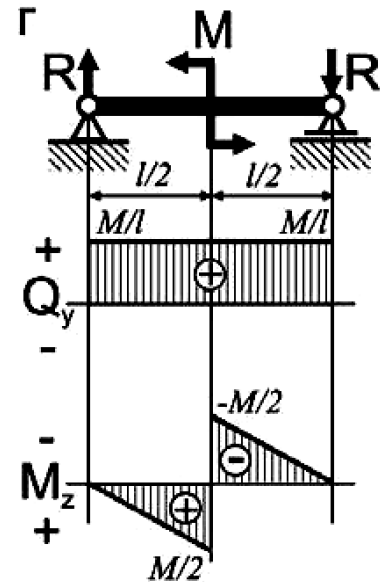
в - в сечениях, где к балке прикладывается сосредоточенная сила на эпюре Q будут

скачки на величину и в направлении данной силы, а на эпюре M – перегибы, острием направленные в направлении действия этой силы;

Действие на балку сосредоточенного момента между опорами:

z – в сечениях, где к балке прикладывается сосредоточенный момент на эпюре Q изменений не будет, а на эпюре M – скачки на величину этого момента;

δ – на участках, где $Q > 0$, момент M возрастает, а на участках, где $Q < 0$, момент M убывает (см. рисунки а–г).



3.5. Правило знаков внутренних усилий и моментов

Принято считать поперечную силу $Q(z)$ положительной, если внешние нагрузки, действующие слева от сечения, стремятся сдвинуть левую часть балки по отношению к правой – вверх, и правую часть балки по отношению к левой – вниз (рисунок 3.1 а).

Поперечная сила $Q(z)$ считается отрицательной, если внешние нагрузки, действующие слева от сечения, стремятся сдвинуть левую часть балки по отношению к правой – вниз, а правую часть балки по отношению к левой – вверх (рисунок 3.1 а).

К изгибающему моменту для лучшего запоминания правила знаков применяют условное название «правило дождя» (рисунок 3.1 б).

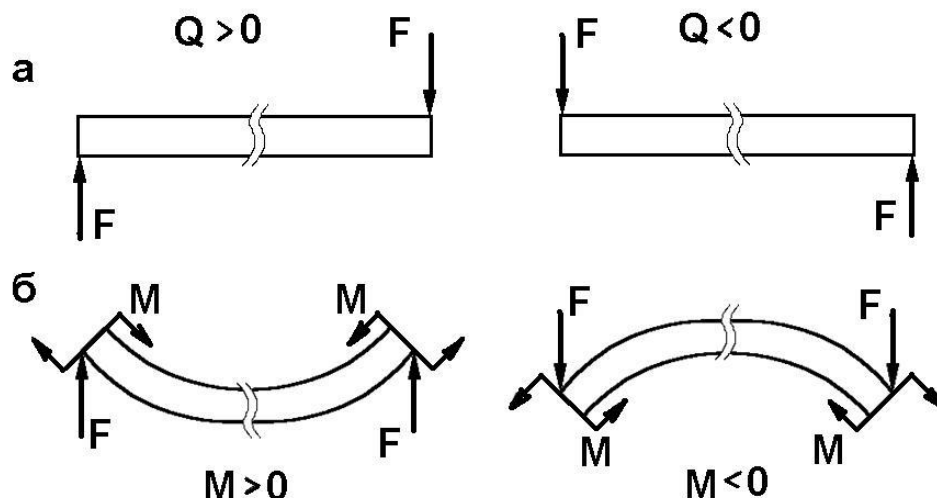


Рисунок 3.1 - Правила знаков для внутренних силовых факторов при изгибе

Изгибающий момент в сечении считается положительным, если изогнутость балки направлена выпуклостью вниз, и отрицательным, если выпуклость изогнутой оси – вверх (рисунок 3.1 б). Таким образом, положительные моменты образуются на растянутых (положительно напряженных) волокнах.

3.6. Примеры расчета и построения эпюр балок, работающих на изгиб

Расчет балок, работающих на изгиб, начинается с определения опорных реакций. Они находятся из уравнений равновесия, известных из теоретической механики.

3.6.1. ПРИМЕР 1. Определение опорных реакций и внутренних моментов балки двух опор, работающей на изгиб, при воз-

действию внешних нагрузок – поперечных сил и изгибающих моментов. Расчетная схема балки, работающей на изгиб, показана на рисунке 3.2.

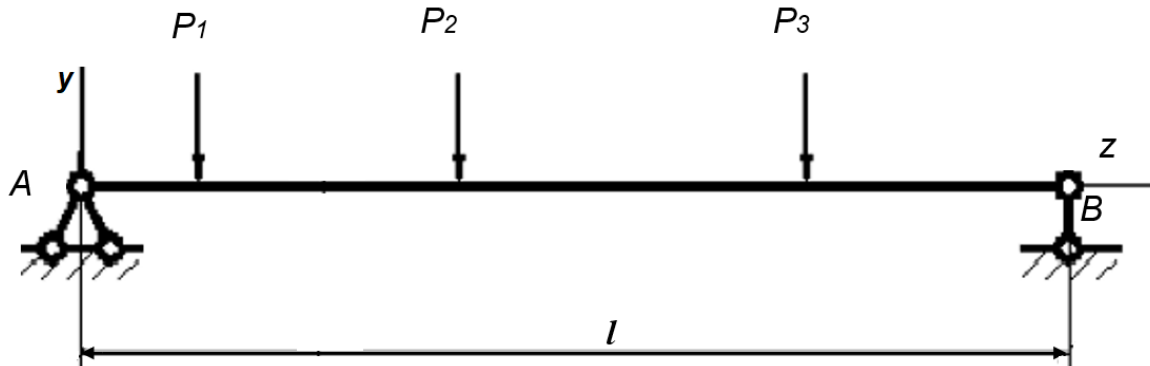


Рисунок 3.2 - Расчетная схема балки, работающей на изгиб

Порядок определения внутренних усилий при изгибе показан на рисунке 3.3.

Для плоской системы сил применяют три уравнения равновесия:

- 1) Для двухопорной балки (рисунок 3.3 а), б);

$$\sum Z = 0; \sum m_A = 0; \sum m_B = 0.$$

Для проверки правильности найденных реакций составляют уравнение равновесия сил на ось Y : $\sum Y = 0$

- 2) Для балки с заделкой (консольная балка), (рисунок 3.3 в):

$$\sum Z = 0; \sum Y = 0; \sum m_A = 0.$$

Для проверки правильности найденных реакций можно взять уравнение суммы моментов относительно любой точки балки, например, для точки «В» на свободном конце.

Для определения внутренних усилий используют также метод сечений «РОЗУ» (разрезаем, отбрасываем, заменяем, уравниваем).

3.6.2. Разрезают (мысленно) балку поперечным сечением, взятым на произвольном расстоянии z от левой опоры (рисунок 3.3 а).

Отбрасывают одну из полученных частей балки, например, правую. Следует оставлять ту часть балки, на которую действует меньшее количество внешних нагрузок.

Заменяют внутренними усилиями действие отброшенной правой части на оставленную левую часть. Так как внешние нагрузки перпендикулярны к оси z балки, то из всех возможных внутренних усилий может возникнуть только поперечная сила $Q(z)$ и изгибающий момент $M_u(z)$, приложенные в центре тяжести проведенного сечения (рисунок 3.3 б).

Внутренние усилия $Q(z)$ и $M_u(z)$ являются функциями от расстояния z , взятого от начала участка до произвольного сечения.

Оставляют левую или правую часть балки исходя из того, чтобы в оставшейся части было как можно меньше внешних нагрузок. Уравновешивают действие внешних нагрузок и внутренних усилий, действующих на оставленную часть балки. Например, как показано на рисунке 3.3 б), «идут» слева.

Поперечная сила на расстоянии z от опоры определится из уравнения $Q(z) = \sum Y(R_A, P_1)$,

Изгибающий момент на расстоянии z от опоры определится из уравнения $M_u(z) = \sum m_0(R_A, P_1)$.

Если «идут» справа (рисунок 3.3 в), то поперечная сила будет равна $Q(z) = \sum Y(R_B, P_2, P_3)$, а изгибающий момент будет равен сумме моментов от сил, расположенных справа от сечения

$$M_u(z) = \sum m_0(R_B, P_2, P_3).$$

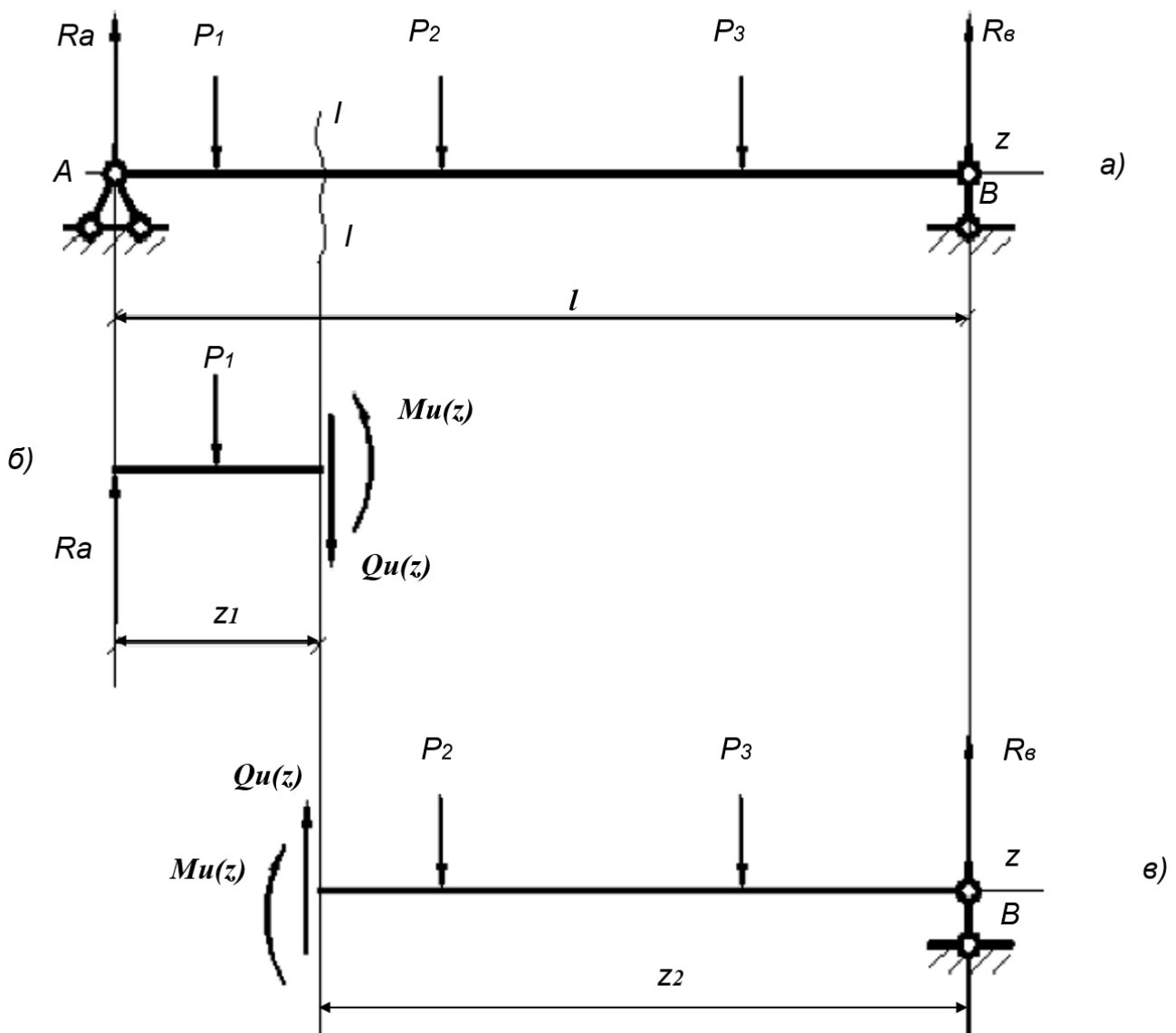


Рисунок 3.3 - Внутренние усилия при изгибе

3.7. Примеры построение эпюр внутренних усилий

3.7.1. **Пример 2.** Расчетная схема балки на двух опорах показана на рисунке 3.4. Исходные данные для расчета:

Поперечная сила $P=2$ кН;

Изгибающий момент $M=5$ кН·м;

Длины участков балки $l_1=0,3$ м ; $l_2=0,7$ м; $l_3=0,4$ м

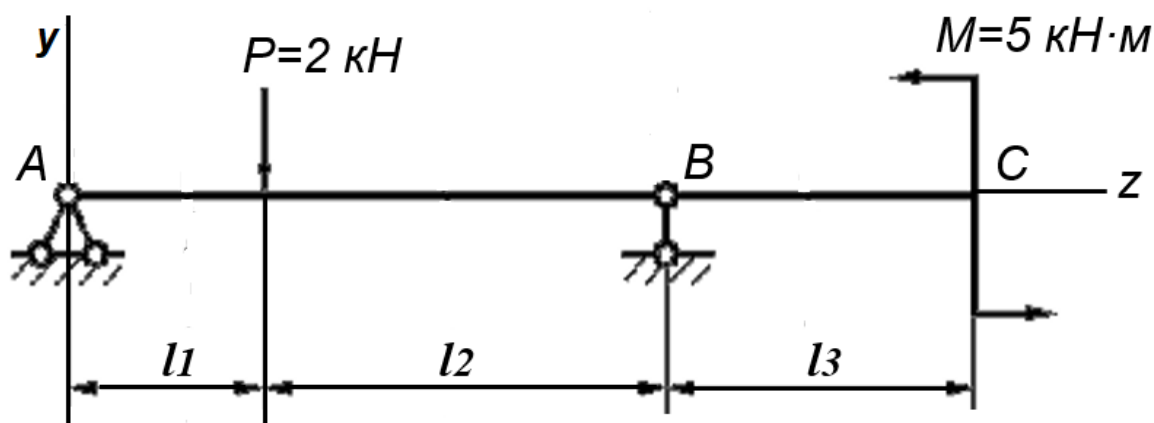


Рисунок 3.4 - Расчетная схема балки на двух опорах

Требуется:

1. Определить опорные реакции.
2. Построить эпюры поперечных сил $Q(z)$ и изгибающих моментов $M_u(z)$.

Решение.

1. Определяют опорные реакции, применяя уравнения равновесия:

а) сумма проекций на ось z всех сил, действующих на балку, равна нулю $\sum Z = 0$, откуда $H_A = 0$, так как внешние нагрузки и реакции R_A, R_B перпендикулярны оси z .

Сосредоточенный момент $m = 5 \text{ кН}\cdot\text{м}$ проекцию на ось не дает.

б) $\sum m_A = 0$. При раскрытии этого уравнения применяют правило знаков для внешних моментов: по часовой стрелке считают отрицательным, против часовой стрелки – положительным.

Напомним, что момент силы относительно любой точки тела есть произведение силы на кратчайшее расстояние от точки до линии действия силы:

$$\sum m_A = -2 \cdot 0,3 + R_B \cdot (0,3 + 0,7) + 5 = 0,$$

откуда: $R_B = \frac{+2 \cdot 0,3 - 5}{(0,3 + 0,7)} = -4,4 \text{ (кН)}.$

Знак «минус» показывает, что реакция в опоре B направлена не вверх (как было в начале решения), а вниз.

Необходимо на чертеже зачеркнуть стрелку, направленную вверх, направить реакцию вниз и рядом написать численное значение без знака (рисунок 3.5 а).

в) Записывают следующее уравнение равновесия:

$$\sum m_B = 0 \Rightarrow -R_A \cdot (0,3 + 0,7) + 2 \cdot 0,7 + 5 = 0,$$

из которого определяют реакцию: $R_A = \frac{2 \cdot 0,7 + 5}{(0,3 + 0,7)} = 6,4 \text{ (кН)}.$

Показывают значение реакции на расчетной схеме балки (рисунок 3.5 а).

Проверка правильности найденных опорных реакций.

Порядок построения эпюр поперечных сил и изгибающих моментов показан на рисунке 3.5.

1) Составляют уравнение $\sum Y = 0$, т.е. сумма проекций всех действующих на балки внешних сил и найденных опорных реакций на ось Y должна равняться нулю.

$$+R_A - 2 - R_B = 0 \Rightarrow 6,4 - 2 - 4,4 \equiv 0 \text{ - получено тождество.}$$

2) Строят эпюры поперечных сил $Q(z)$ и изгибающих моментов $M_u(z)$.

Балка разделена внешними нагрузками на три участка.

Нумерацию участков ведут слева – направо.

Участок I - его границы $0 \leq z_1 \leq 0,3 \text{ м}$. «Идут» слева - направо (рисунок 3.5 а), рассекая балку на некотором расстоянии z_1 от левой опоры A .

Поперечная сила равна алгебраической сумме проекций внешних сил, приложенных на балку слева от сечения. С учетом правила знаков поперечных сил записывают:

$$Q(z_1) = R_A = 6,4 \text{ (кН)} = \text{const},$$

т.е. на протяжении длины первого участка она постоянная (рисунок 3.2 в) и положительная.

Изгибающий момент в сечении будет равен сумме моментов от внешних сил слева от сечения относительно центра тяжести сечения (точка О). С учетом знаков изгибающего момента записывают:

$$M(z_1) = R_A \cdot z_1 = 6,4 \cdot z_1 \quad - \text{ уравнение наклонной прямой.}$$

Для построения эпюры находят: при $z_1 = 0 \Rightarrow M(0) = 0$

$$\text{при } z_1 = 0,3 \text{ м} \Rightarrow M(0,3 \text{ м}) = 6,4 \cdot 0,3 = 1,92 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Построена эпюра $M(z_1)$ вверх от нулевой линии (рисунок 3.5 г).

Участок II. «Идут» слева – направо (рисунок 3.5 б). Его границы $0 \leq z_2 \leq 0,7 \text{ м}$.

Расстояние z_2 удобнее назначать от начала участка, где приложена сила $P = 2 \text{ кН}$, до произвольного сечения z_2 .

Составляют уравнение поперечной силы:

$Q(z_2) = 6,4 - 2 = 4,4 \text{ кН} = \text{const}$, проводят прямую линию, параллельную нулевой линии $o-o$ в пределах второго участка.

Составляют уравнение изгибающего момента, мысленно закрепляясь в центре тяжести проведенного сечения на расстоянии z_2 . Учитывая правило знаков изгибающего момента, записывают:

$$M(z_2) = 6,4(0,3 + z_2) - 2 \cdot z_2 \quad - \text{ уравнение наклонной прямой.}$$

Для построения эпюры делают анализ:

$$\text{при } z_2 = 0 \quad M(0) = 6,4(0,3 + 0) - 2 \cdot 0 = 1,92 \text{ кН} \cdot \text{м},$$

при $z_2 = 0,7$ м $M(0,7) = 6,4(0,3 + 0,7) - 2 \cdot 0,7 = 5$ кН·м.

Строят эпюру в пределах второго участка (рисунок 3.5 а).

Участок III. «Идут» справа – налево, проводят сечение на произвольном расстоянии z_3 от правого конца балки.

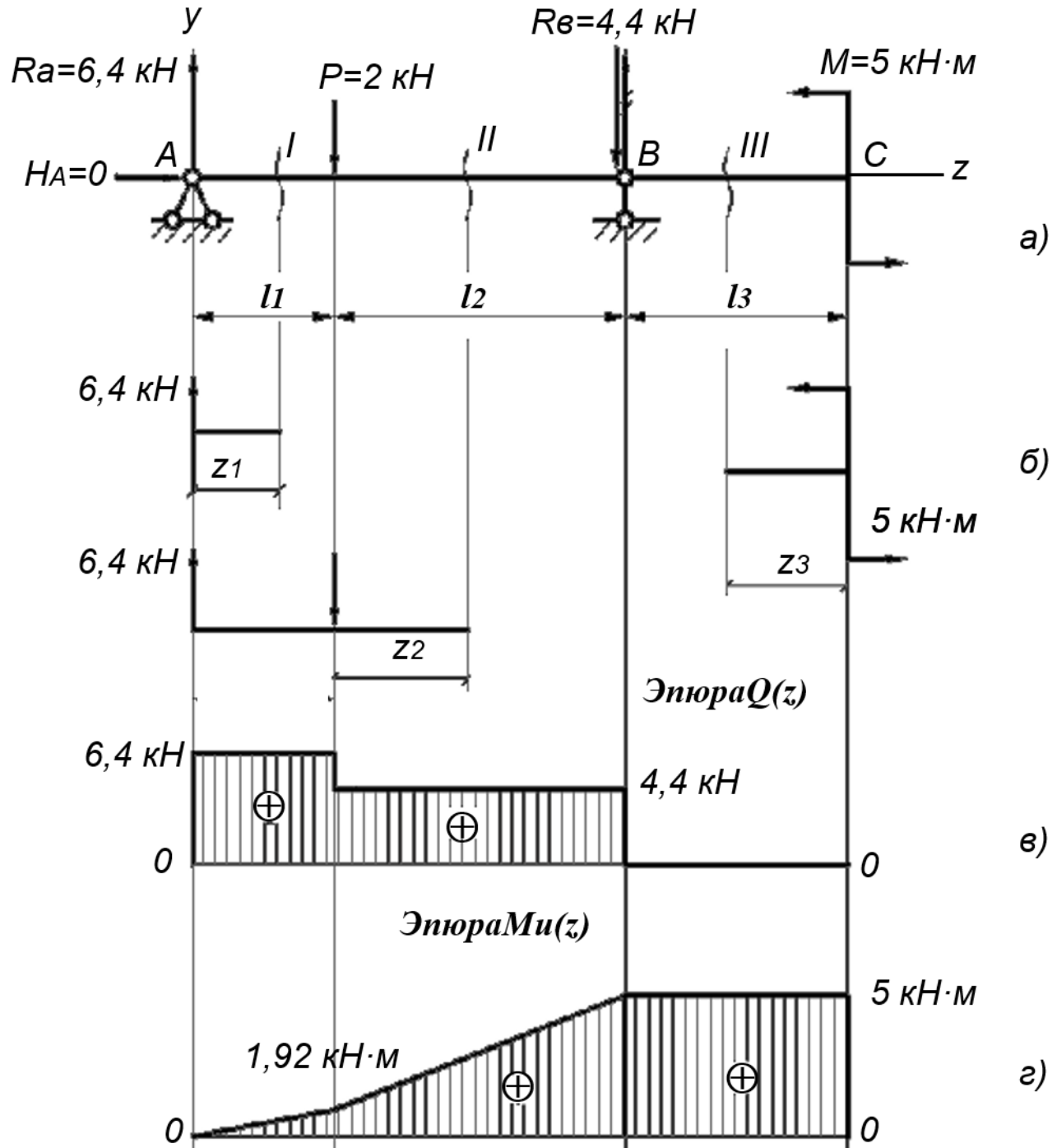


Рисунок 3.5 - Построение эпюр балки, работающей на изгиб

Граница участка $0 \leq z_3 \leq 0,4 \text{ м}$.

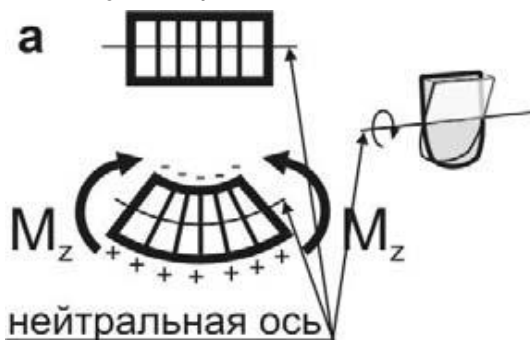
Поперечная сила $Q(z_3)=0$, т.к. внешний момент, равный $5,5 \text{ кН}\cdot\text{м}$, проекции на ось y не дает. Изгибающий момент в сечении (z_3) запишется: $M(z_3)=5 \text{ кН}\cdot\text{м} = \text{const}$ - постоянен по длине третьего участка, что и строят (рисунок 3.5 а).

3.8. Напряжения при чистом изгибе балки

Рассмотрим случай чистого плоского изгиба балки и выведем формулу для определения нормальных напряжений для данного случая. Если решать эту задачу методами сопротивления материалов, то необходимо ввести некоторые гипотезы (допущения).

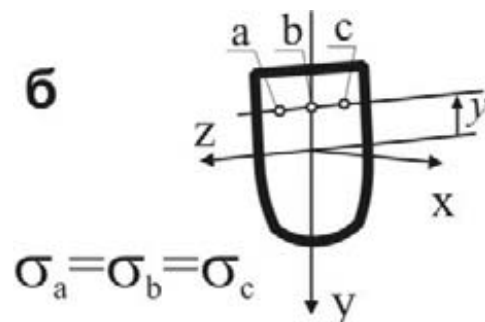
3.8.1. Таких гипотез при изгибе три:

а – гипотеза плоских сечений (гипотеза Бернулли) – сечения плоские до деформации остаются плоскими и после деформации, а лишь поворачиваются относительно некоторой линии, которая называется нейтральной осью сечения балки. При этом волокна балки, лежащие с одной



стороны от нейтральной оси, будут растягиваться, а с другой стороны от нейтральной – сжиматься. Волокна, лежащие на нейтральной оси, своей длины не изменяют;

б – гипотеза о постоянстве нормальных напряжений – напряжения, действующие на одинаковом расстоянии y от нейтральной оси, постоянны по ширине бруса;



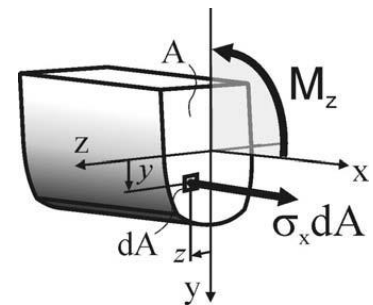
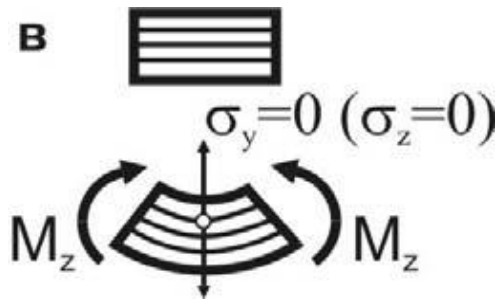
в – гипотеза об отсутствии боковых давлений – соседние продольные волокна не давят друг на друга.

Чтобы определить напряжения в поперечных сечениях балки, рассмотрим статическую, геометрическую, физическую и математическую стороны задачи.

3.8.2. Статическая сторона задачи. Применяя метод мысленных сечений и составляя уравнения равновесия для отсеченной части балки, находят внутренние усилия при изгибе. Как было показано ранее, единственным внутренним усилием, действующим в сечении бруса при чистом изгибе, является внутренний изгибающий момент, а значит и нормальные напряжения.

Связь между внутренними усилиями и нормальными напряжениями в сечении балки находят из напряжений на элементарной площадке dA , выделенной в поперечном сечении

A балки в точке с координатами y и z (ось y для удобства анализа направлена вниз):

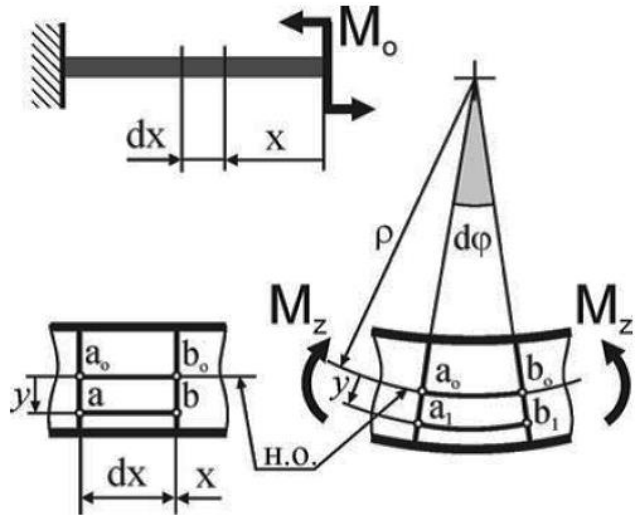


$$\left. \begin{aligned} \sum F_x = 0 &\Rightarrow N = 0 \Rightarrow \int_A \sigma_x \cdot dA = 0; \\ \sum M_y = 0 &\Rightarrow M_y = 0 \Rightarrow \int_A \sigma_x \cdot z \cdot dA = 0; \\ \sum M_z = 0 &\Rightarrow M_z = M_o \Rightarrow \int_A \sigma_x \cdot y \cdot dA = M_o. \end{aligned} \right\} \quad (3.4)$$

Как видно, задача является внутренне статически неопределимой, так как неизвестен характер распределения нормальных

напряжений по сечению. Для решения задачи рассматривают геометрическую картину деформаций.

3.8.3. Геометрическая сторона задачи. Рассмотрим деформацию элемента балки длиной dx , выделенного из изгибаемого стержня в произвольной точке с координатой x . Учитывая принятую ранее гипотезу плоских сечений, после изгиба сечения балки повернуться относительно нейтральной оси (н.о.) на угол $d\varphi$, при этом волокно ab , отстоящее от нейтральной оси на расстоянии y , превратится в дугу окружности a_1b_1 , а его длина изменится на некоторую величину. Здесь напомним, что длина волокон, лежащих на нейтральной оси, не изменяется, а потому дуга a_0b_0 (радиус кривизны которой обозначим ρ) имеет ту же длину, что и отрезок a_0b_0 до деформации $a_0b_0=dx$.



Найдем относительную линейную деформацию ε_x волокна ab изогнутой балки:

$$\varepsilon_x = \frac{a_1b_1 - a_0b_0}{a_0b_0} = \frac{(\rho + y) \cdot d\varphi - \rho \cdot d\varphi}{\rho \cdot d\varphi} \Rightarrow \varepsilon_x = \frac{y}{\rho}. \quad (3.5)$$

3.8.4. Физическая сторона задачи. Учитывая, что, в соответствии с гипотезой об отсутствии боковых давлений, $\sigma_y = \sigma_z = 0$, запишем закон Гука для изгиба в виде

$$\sigma_x = E \cdot \varepsilon_x. \quad (3.6)$$

3.8.5. Математическая сторона задачи. Из формулы (3.6) с учетом (3.5), получим закон распределения нормальных напряжений по сечению балки:

$$\sigma_x = E \cdot \frac{y}{\rho} \quad (3.7)$$

Подставляя (3.7) в каждое из уравнений (3.4), имеем следующие соотношения:

$$\begin{aligned} N = \int_A \sigma_x \cdot dA = 0 &\Rightarrow \frac{E}{\rho} \cdot \int_A y \cdot dA = 0 \Rightarrow S_z = 0, \\ M_y = \int_A \sigma_x \cdot z \cdot dA = 0 &\Rightarrow \frac{E}{\rho} \cdot \int_A y \cdot z \cdot dA = 0 \Rightarrow J_{yz} = 0, \\ M_z = \int_A \sigma_x \cdot y \cdot dA = M_0 &\Rightarrow \frac{E}{\rho} \cdot \int_A y^2 \cdot dA = M_z \Rightarrow \frac{E}{\rho} \cdot J_z = M_z. \end{aligned}$$

Из анализа первого и второго полученных выражений следует, что оси y и z являются главными центральными осями сечения, а нейтральная ось проходит через центр тяжести сечения.

Из последнего равенства получим формулу для определения кривизны бруса ($1/\rho$) при изгибе:

$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_z}{E \cdot J_z}, \quad (3.8)$$

подставляя которую в выражение (3.7), получим формулу определения нормальных напряжений при изгибе:

$$\sigma_x = \frac{M_z \cdot y}{J_z}. \quad (3.9)$$

Из анализа полученного уравнения следует, что нормальные напряжения при изгибе равны нулю в точках, лежащих на нейтральной оси, и достигают экстремальных значений на поверхности балки, при $y=|y|_{\max}$.

Максимальные нормальные напряжения при изгибе найдем по формуле:

$$|\sigma|_{max} = \frac{|M_z| \cdot |y|_{max}}{J_z} = \frac{|M_z|}{W_z},$$

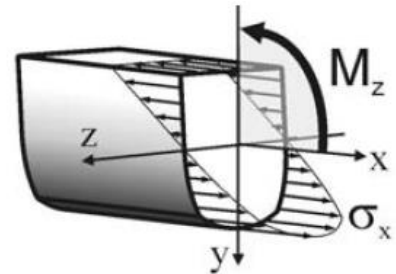
где W_z – осевой момент сопротивления z .

Осевой момент сопротивления относительно оси z определяется формулой.

$$W_z = \frac{J_z}{|y|_{max}}.$$

Условие прочности по нормальным напряжениям при изгибе может быть записано в следующем виде:

$$|\sigma|_{max} = \frac{|M_z|}{W_z} \leq [\sigma].$$



для материала балки, одинаково сопротивляющегося растяжению-сжатию.

3.9. Расчеты на прочность балок, работающих на изгиб

Для оценки прочности балок необходимо знать напряжения в опасных сечениях. Опасными считаются сечения, где и поперечная сила, и изгибающий момент достигают наибольших значений.

От изгибающих моментов M_u возникают нормальные напряжения σ .

В большинстве практических расчетов касательные напряжения незначительны по сравнению с нормальными напряжениями, поэтому действие касательных напряжений не учитывают.

Далее ограничимся расчетом на прочность по нормальным напряжениям.

Нормальные напряжения по высоте любого профиля сечения (круглого, прямоугольного, двутаврового или любого другого) распределяются по линейному закону (рисунок 3.6).

$$\sigma = \frac{M_u}{J_x} \cdot y, \quad (3.10)$$

где M_u - изгибающий момент в опасном сечении балки;

J_x - осевой момент инерции сечения, зависящий от размеров сечения, например, для круглого сечения равен:

$$J_x = \frac{\pi d^4}{64};$$

где y - расстояние от нейтральной линии до произвольной точки сечения.

Нейтральная линия разделяет растянутую и сжатую зоны балки.

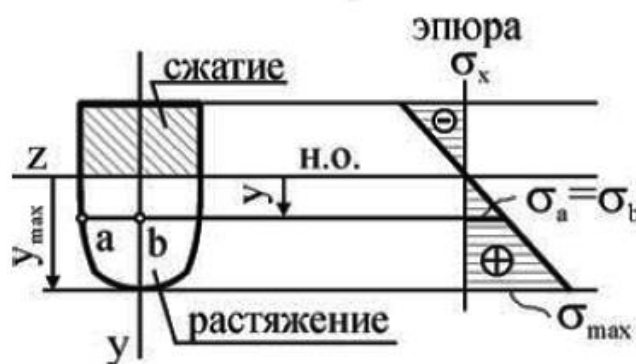


Рисунок 3.6 - Нормальные напряжения при изгибе

Как видно из эпюры нормальных напряжений (рисунок 3.6), наибольшие напряжения оказываются на поверхности балки (внизу и вверху балки).

Если сечения симметричны относительно оси x то $|\sigma_{\max}| = |\sigma_{\min}|$ по величине одинаковы и определяются по формуле:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_u}{W_x}, \quad (3.11)$$

где W_x - осевой момент сопротивления, равный:

$$W_x = \frac{J_x}{y_{\max}}. \quad (3.12)$$

Для круглого сечения:

$$W_x = \frac{\pi d^3}{32}. \quad (3.13)$$

Прочность балки будет обеспечена, если максимальные напряжения в опасном сечении балки не будут превосходить допустимых напряжений для материала, из которого она изготовлена:

$$\sigma_p \cong [\sigma].$$

Если материал балки пластичный, то допускаемые напряжения при растяжении и сжатии примерно одинаковые.

$$[\sigma]_p \cong [\sigma]_c.$$

Тогда при проверке прочности значение максимального изгибающего момента с эпюры принимают без учета знака, т.е. по абсолютной величине и проверяют выполнимость условия прочности:

$$\sigma_{\max} = \frac{|M_{\max}|}{W} \leq [\sigma]. \quad (3.14)$$

3.10. Пример выполнения контрольного задания № 3. Расчет консольной балки на прочность при изгибе

Варианты заданий и исходные данные для расчета балок на чистый изгиб при действии сосредоточенных внешних нагрузках поперечных сил и изгибающих моментов приведены в таблице 3.1, расчетные схемы стержней приведены в таблице 3.2.

Пример выполнения контрольного задания не входит ни в один из вариантов и не может быть представлен в качестве выполненной работы.

Требуется:

- 1) Определить опорные реакции в заделке.
- 2) Построить эпюры поперечных сил Q и изгибающих моментов M_u .
- 3) Выполнить проектировочный расчет из условия прочности по нормальным напряжениям.
- 4) Определить диаметры балки на каждом участке.
- 5) Сделать эскиз ступенчатой балки под эпюрами с указанием диаметров в мм в каждом сечении.
- 6) Выполнить проектировочный расчет этой же балки с прямоугольным поперечным сечением.
- 7) Сравнить результаты расчетов и показать, какой профиль сечения балки более экономичный по расходу материала: круглый или прямоугольный.

Исходные данные для расчета.

Расчетная схема консольной балки показана на рисунке 3.7.

Внешние нагрузки $P = 3$ кН;

Внешний изгибающий момент $M = 5 \text{ кН}\cdot\text{м}$;

Расстояние выражено через $l = 1 \text{ м}$;

Допускаемое напряжение материала балки $[\sigma] = 180 \text{ МПа}$,

или: $[\sigma] = 180 \text{ МПа} = 180 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}$;

Модуль продольной упругости $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$.

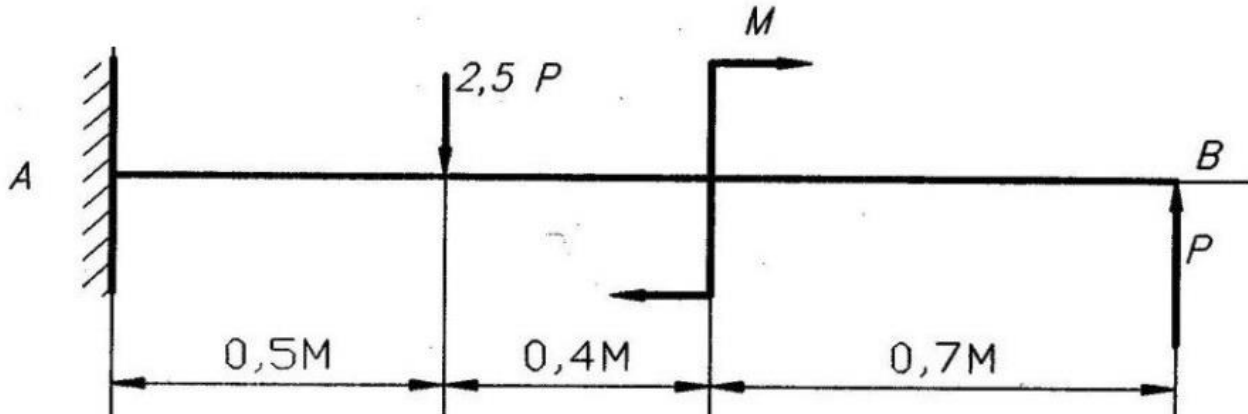


Рисунок 3.7 - Расчетная схема консольной балки

Решение.

3.10.1. Определяют опорные реакции, пользуясь уравнениями равновесия. Предварительно под заданной схемой нагружения вычерчивают расчетную схему балки с заданными числовыми значениями нагрузок и длин участков в метрах (рисунок 3.8 б).

Из уравнения $\sum Z = 0$ имеют $H_A = 0$.

Из уравнения $\sum Y = 0$ имеют:

$+ R_A - 7,5 + 3 = 0 \Rightarrow R_A = 4,5 \text{ кН}$ – значение реакции записывают в опорном сечении балки.

Применяют правило: момент по часовой стрелке – отрицательный, момент против часовой стрелки – положительный.

Из уравнения $\sum m_A = 0$ имеют:

$$M_A - 7,5 \cdot 0,5 - 5 + 3(0,5 + 0,4 + 0,7) = 0 ,$$

$M_A = 3,75 + 5 - 4,8 = 3,95 \text{ кН}\cdot\text{м}$ – значение момента в опорном сечении балки.

Порядок построения эпюр и выполнения эскиза балки круглого сечения показан на рисунке 3.8.

3.10.2. Проверка правильности найденных реакций.

$$\sum m_B = 0$$

$$3,95 - 4,5(0,5 + 0,4 + 0,7) + 7(0,4 + 0,7) - 5 = 0 \text{ (рисунок 3.8 б).}$$

$$3,95 - 7,2 + 8,25 - 5 = 0 ,$$

$$+ 12,2 - 12,2 \equiv 0 \text{ - тождество.}$$

3.10.3. Строят эпюры поперечных сил Q и изгибающих моментов M_u .

Приложенными внешними нагрузками балка разбивается на три участка. Вводят их нумерацию, начиная слева римскими цифрами I, II, III (рисунок 3.8 б).

3.10.4. Применяют метод сечений.

Участок I - «Идут» слева – направо, проводят на произвольном расстоянии z_1 сечение по длине балки с границами участка $0 \leq z_1 \leq 0,5 \text{ м}$. Опору не показывают, а заменяют ее реактивными силами $R_A = 4,5 \text{ кН}$, $M_A = 3,95 \text{ кН}\cdot\text{м}$ (рисунок 3.8 в).

Закрепляют мысленно в сечении и применяют правило знаков Q и M .

$Q(z_1) = 4,5 \text{ кН} = \text{const}$, строят эпюру на первом участке вверх от нулевой линии (рисунок 3.8 г).

$M(z_1) = \sum M \text{ (слева)} \Rightarrow M_u = -3,95 + 4,5 \cdot z_1$ - уравнение наклонной прямой.

$$M(z_1 = 0) = -3,95 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

$$M(z_1 = 0,5 \text{ м}) = -3,95 + 4,5 \cdot 0,5 = -1,7 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Откладывают отрицательные значения изгибающего момента вниз от нулевой линии в соответствующих сечениях и проводим прямую линию (рисунок 3.8 д).

Участок II. Он расположен между силой $7,5 \text{ кН}$ и моментом $5 \text{ кН}\cdot\text{м}$. Применяя метод сечений, лучше отбросить (мысленно) левую часть балки и рассмотреть равновесие правой ее части от свободного конца до произвольно проведенного сечения. Справа от сечения меньше внешних нагрузок, значит и меньше вычислительной работы.

«Идут» справа – налево. Границы участка $0 \leq z_1 \leq 0,4 \text{ м}$.

$Q(z_2) = -3 \text{ кН} = \text{const}$, по длине второго участка (рисунок 3.8 е).

$M(z_2) = -5 + 3(0,7 + z_2)$ - уравнение наклонной прямой,

$$M_u(z_2 = 0) = 5 + 3 \cdot 0,7 = -2,9 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

$$M(z_2 = 0,4 \text{ м}) = -5 + 3(0,7 + 0,4) = -1,7 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Строят сразу в пределах второго участка эпюры Q и M_u (рисунок 3.8 з, д).

Участок III. «Идут» справа, проводят сечение на расстоянии z_3 от свободного конца балки.

Границы участка $0 \leq z_3 \leq 0,7 \text{ м}$.

Поперечная сила $Q = \sum Y(P)$, с учетом правила знаков запишется:

$Q = -3 \text{ кН} = \text{const}$. Поперечная сила постоянна по всей длине третьего участка.

Откладывают вниз от нулевой линии (рисунок 3.8 з), так как поперечная сила на данном участке имеет знак (-).

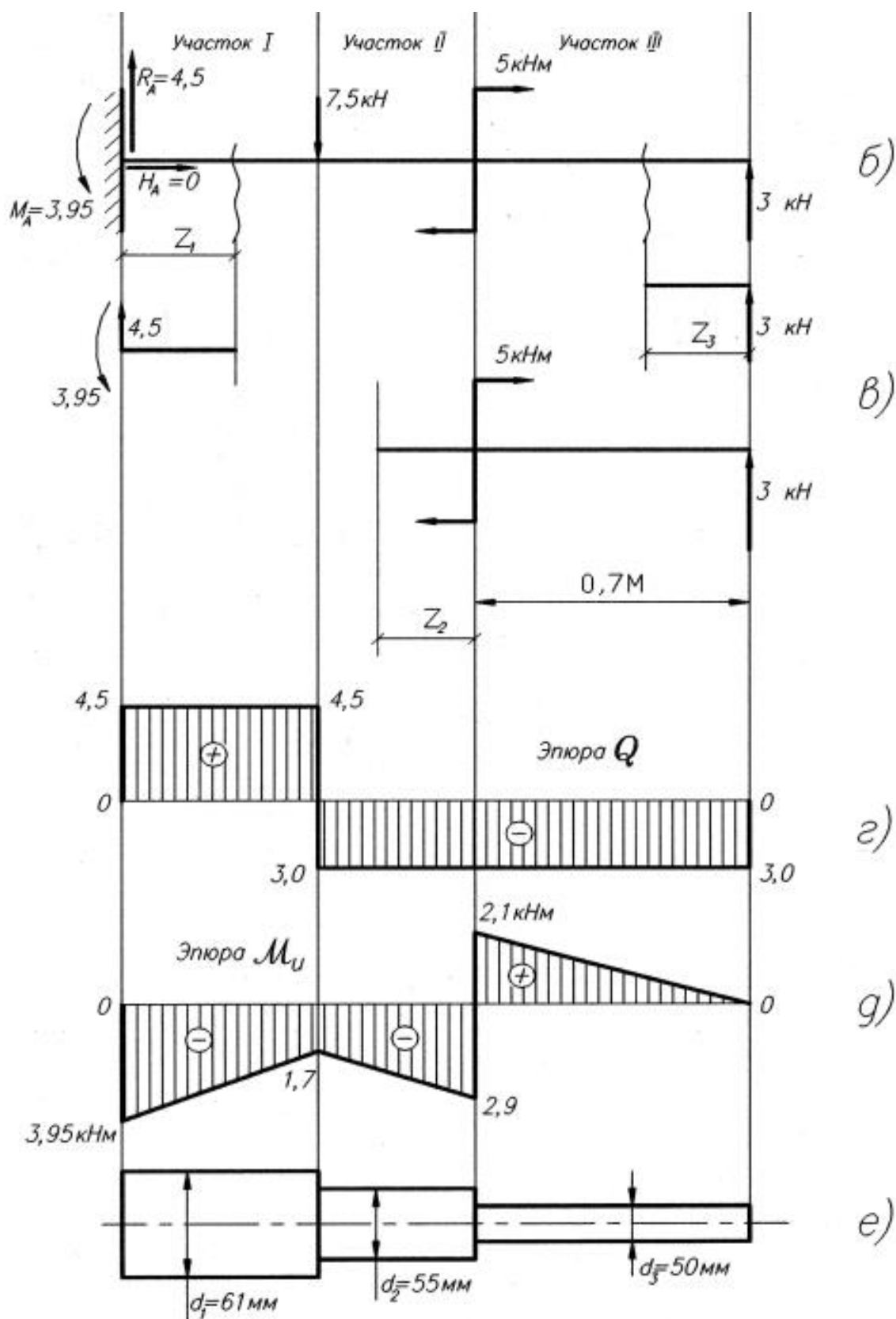


Рисунок 3.8 - Порядок построения эпюр и выполнения эскиза балки круглого сечения

Изгибающий момент $M(z_3) = 3 \cdot z_3$ - представляет уравнение наклонной прямой линии:

$$M(z_3 = 0) = 0,$$

$$M(z_3 = 0,7\text{ м}) = 3 \cdot 0,7 = 2,1 \text{ кН}\cdot\text{м}.$$

Строят эпюру в пределах третьего участка (рисунок 3.8 д).

3.10.5. Проверяют правильность построенных эпюр.

Выбирают начальную точку отсчета и направление, по которому проводят проверку. Например, за начальную точку отсчета принимают точку A и «идут» слева – направо от начала до конца балки.

В сечениях, где приложены внешние сосредоточенные силы P , на эпюре поперечных сил Q должен быть скачок на величину внешней нагрузки и в ее направлении (рисунок 3.8 з).

В сечениях балки, где приложены внешние сосредоточенные моменты M , на эпюре изгибающих моментов должны быть скачки на их величину:

– в заделке имеется скачок на величину момента

$$M_A = 3,95 \text{ кН}\cdot\text{м},$$

– в сечении, где приложен внешний момент

$M = 5 \text{ кН}\cdot\text{м}$, имеется скачок на величину этого внешнего момента.

3.11. Расчет балки круглого сечения из условия прочности по нормальным напряжениям

Условие прочности балки на изгиб:

$$\sigma = \frac{|M_{\max}|}{W} \leq [\sigma],$$

откуда:

$$W \geq \frac{|M_{\max}|}{[\sigma]}.$$

Значение максимального изгибающего момента берут с эпюры M_u на каждом участке по абсолютной величине.

Допускаемое нормальное напряжение:

$$[\sigma] = 180 \text{ МПа} = 180 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}.$$

Для круглого сечения осевой момент сопротивления w равен:

$W = \frac{\pi d^3}{32}$, тогда $\frac{\pi d^3}{32} \geq \frac{|M_{\max}|}{[\sigma]}$, откуда диаметр балки по каждому участку определяют по формуле:

$$d \geq \sqrt[3]{\frac{32 M_{\max}}{\pi [\sigma]}}. \quad (3.14)$$

Участок I:

Изгибающий момент на участке I составляет:

$$M_{\max} = |3,95 \text{ кН} \cdot \text{м}| = |3,95 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}|.$$

Пользуясь формулой 3.6, рассчитывают диаметр первого участка балки:

$$d_1 \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{\max}}{\pi \cdot [\sigma]}} \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 3,95 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}}{3,14 \cdot 180 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}}} = 60,7 \text{ мм} = 61 \text{ мм},$$

Округляют диаметр до целого числа $d_1 = 61 \text{ мм}$.

Участок II:

Изгибающий момент на участке II составляет:

$$M_{\max} = |2,9 \text{ кН} \cdot \text{м}| = |2,9 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}|.$$

Рассчитывают диаметр второго участка балки:

$$d_2 \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{max}}{\pi \cdot [\sigma]}} \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 2,9 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}}{3,14 \cdot 180 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}}} = 54,8 \text{ мм} = 55 \text{ мм},$$

Округляют диаметр до целого числа $d_2 = 55 \text{ мм}$.

Участок III:

Изгибающий момент на участке III составляет:

$$M_{max} = |2,1 \text{ кН} \cdot \text{м}| = |2,1 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}|.$$

Рассчитывают диаметр третьего участка балки:

$$d_3 \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot M_{max}}{\pi \cdot [\sigma]}} \geq \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 2,1 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}}{3,14 \cdot 180 \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2}}} = 49,2 \text{ мм} = 50 \text{ мм}$$

Округляют диаметр до целого числа: $d_3 = 50 \text{ мм}$.

3.11.1. Выполняют эскиз ступенчатой балки под эпюрами (рисунок 3.9 е), согласно подобранным диаметрам:

$$d_1 = 61 \text{ мм}; d_2 = 55 \text{ мм}; d_3 = 50 \text{ мм}.$$

3.12. Расчет балки прямоугольного сечения из условия прочности по нормальным напряжениям

3.12.1. Следует рассчитать размеры балки прямоугольного поперечного сечения на каждом участке при тех же внешних нагрузках., воспользовавшись эпюрами, показанными в предыдущем расчете на рисунке 3.8.

Из условия прочности по нормальным напряжениям:

$$\sigma = \frac{M_{max}}{W_x} \leq [\sigma], \quad \frac{\text{Кгс}}{\text{см}^2}, \text{ МПа}$$

Момент инерции прямоугольного сечения:

$$J_x = \frac{b \cdot h^3}{12}, \text{ см}^4,$$

где h - высота сечения балки, см;

b - ширина сечения балки, см.

Откуда момент инерции прямоугольного сечения:

$$W_x = \frac{M_{max}}{[\sigma]}, \text{ см}^3. \quad (3.15)$$

Значение максимального изгибающего момента берут с эпюры M_u на каждом участке по абсолютной величине.

Момент сопротивления поперечного сечения определяют по формуле:

$$W_x = \frac{b \cdot h^2}{6}, \text{ см}^3. \quad (3.16)$$

Размеры прямоугольного поперечного сечения балки, которые следует рассчитать, показаны на рисунке 3.10.

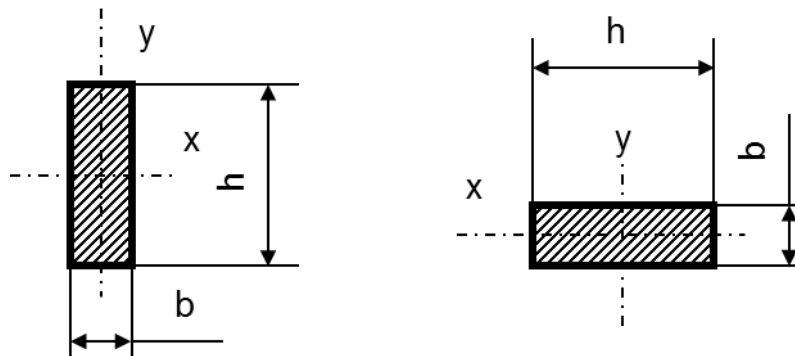


Рисунок 3.9 – Размеры прямоугольного поперечного сечения балки

Из формулы (3.16) определяют высоту сечения балки:

$$h = \sqrt{\frac{6W_x}{b}}, \text{ см},$$

Принимают соотношение высоты и ширины сечения:

$$b = \frac{h}{c},$$

где c – отношение высоты поперечного сечения балки к ее ширине.

Тогда из формулы (3.16) момент сопротивления сечения можно определить, как:

$$W_x = \frac{h^3}{6c}, \text{ см}^3,$$

Откуда высота поперечного сечения балки:

$$h = \sqrt[3]{6c \cdot W_x}, \text{ см.}$$

Жесткость поперечного сечения балки:

$$EJ_x = E \frac{b \cdot h^3}{12},$$

где E – модуль упругости материала балки, Кгс/см².

Для балки из стали можно принять: $E=2 \cdot 10^5$ МПа= $2 \cdot 10^6$ Кгс/см².

Расчет сечения балки прямоугольного сечения студентам следует выполнить самостоятельно.

Вывод

В результате расчета определены:

Высота поперечного сечения балки: $h =$

Ширина поперечного сечения балки: $b =$

3.12.2. Следует сравнить, какой из вариантов балки более экономичный по весу израсходованного материала при объемной плотности стали $\rho=7,8$ кг/дм³.

3.12.3. Сделать вывод о том, при каком типе сечения круглом или прямоугольном вес балки будет меньше и во сколько раз.

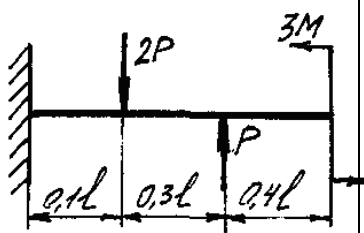
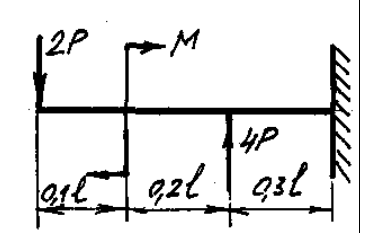
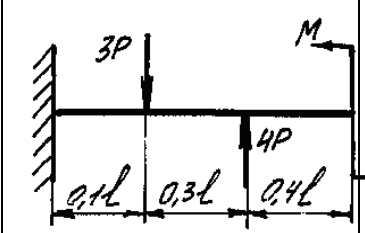
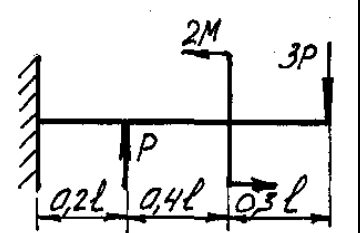
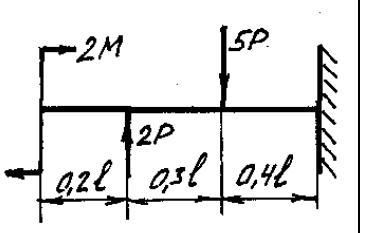
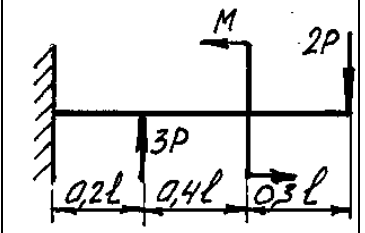
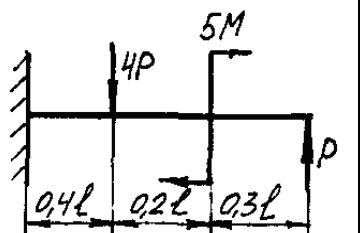
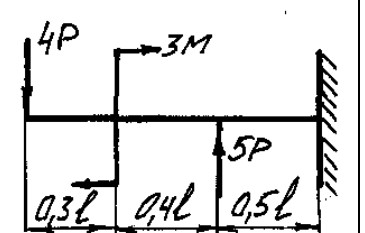
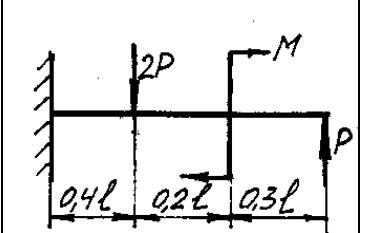
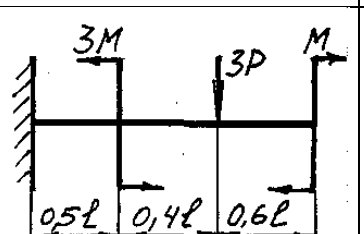
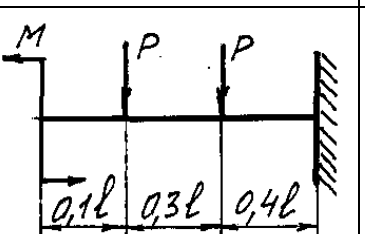
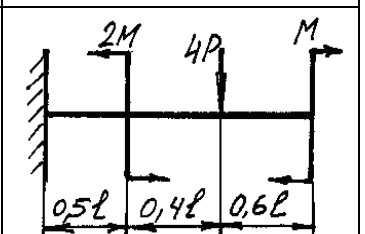
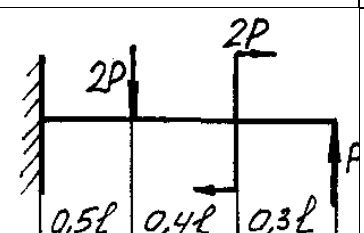
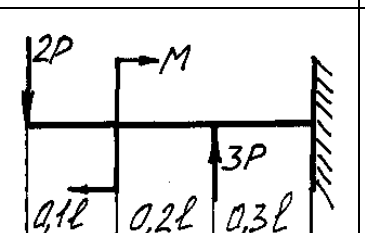
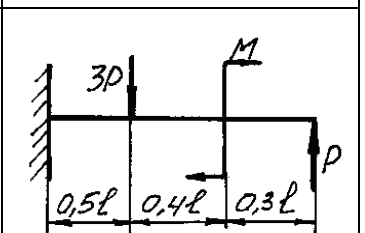
Таблица 3.1 - Исходные данные для расчета балок на изгиб

Вариант	$P, кН$	$M, кН \cdot м$	$l, м$	$[\sigma], МПа$	$c = \frac{h}{b}$	$E, МПа$
1	2,0	4,0	1,2	80	2	$1,9 \cdot 10^5$
2	4,0	2,0	1,3	90	1	$1,95 \cdot 10^5$
3	1,0	3,0	1,4	95	3	$1,9 \cdot 10^5$
4	3,5	4,0	1,5	100	2	$2,0 \cdot 10^5$
5	5,5	6,0	1,6	110	1	$2,1 \cdot 10^5$
6	4,5	4,0	1,7	120	3	$2,0 \cdot 10^5$
7	3,5	3,0	1,8	160	2	$2,1 \cdot 10^5$
8	1,5	2,0	1,9	100	1	$1,9 \cdot 10^5$
9	5,5	4,2	1,5	80	3	$1,95 \cdot 10^5$
10	2,5	5,6	1,8	90	2	$1,9 \cdot 10^5$
11	4,5	6,1	1,3	160	1	$1,9 \cdot 10^5$
12	3,0	2,5	1,4	180	3	$2,0 \cdot 10^5$
13	6,0	5,4	1,3	200	2	$2,1 \cdot 10^5$
14	2,5	4,3	1,6	210	1	$2,0 \cdot 10^5$
15	3,0	3,8	1,2	170	3	$1,95 \cdot 10^5$
16	1,5	2,4	1,9	120	2	$1,85 \cdot 10^5$
17	4,7	1,6	1,3	140	1	$1,9 \cdot 10^5$
18	9,5	4,5	1,7	130	3	$2,0 \cdot 10^5$
19	12,0	3,3	1,5	160	2	$2,0 \cdot 10^5$
20	4,0	2,4	1,6	100	1	$2,1 \cdot 10^5$
21	5,5	3,4	1,7	120	3	$2,0 \cdot 10^5$
22	6,5	4,0	1,9	130	2	$2,0 \cdot 10^5$
23	7,3	3,2	1,4	140	3	$1,9 \cdot 10^5$
24	4,2	2,2	1,3	200	4	$1,85 \cdot 10^5$
25	3,5	4,3	1,7	160	4	$1,9 \cdot 10^5$
26	2,5	3,6	1,6	180	3	$2,0 \cdot 10^5$
27	1,5	6,2	1,8	90	2	$2,1 \cdot 10^5$
28	3,4	7,5	2,3	120	2	$2,0 \cdot 10^5$
29	5,5	4,4	2,7	140	3	$2,1 \cdot 10^5$
30	2,8	6,5	1,8	160	4	$2,0 \cdot 10^5$

Таблица 3.2. - Расчетные схемы балок, работающих на изгиб

Номера вариантов расчетных схем					
1		6		11	
2		7		12	
3		8		13	
4		9		14	
5		10		15	

продолжение таблицы 3.2

Номера вариантов расчетных схем					
16		21		26	
17		22		27	
18		23		28	
19		24		29	
20		25		30	

3.13. Построение эпюр поперечных сил и моментов при равномерно распределенной нагрузке

3.13.1. Пример 1. Рассчитать балку на изгиб, нагруженную

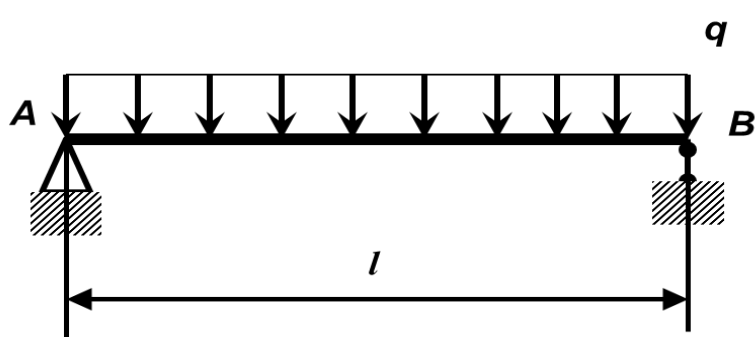


Рисунок 3.10- Расчетная схема балки

равномерно распределенной нагрузкой. Расчетная схема балки, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой, показана на рисунке 3.10.

Порядок расчета балки на изгиб, нагруженной равномерно распределенной нагрузкой.

1) Определить направление реакции опор (рисунок 3.11). Так как равномерно распределенная нагрузка направлена вниз, то реакции в опорах A и B направлены в противоположную сторону, то есть в направлении оси y .

2) Определить величину реакций опор. Разбить балку на характерные участки. По длине балки действует одна нагрузка, по-

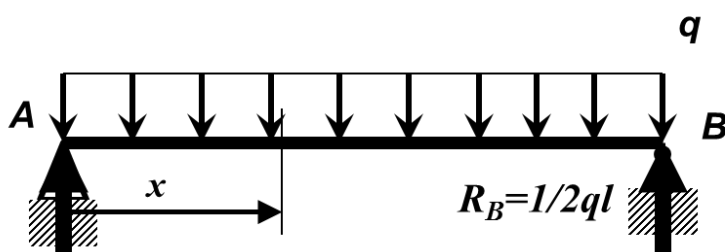


Рисунок 3.11 – Определение реакций на опорах

этому достаточно ее разбить на два участка. Например, слева принимают текущее значение длины участка x (рисунок 3.11).

3) Воспользоваться методом сечений.

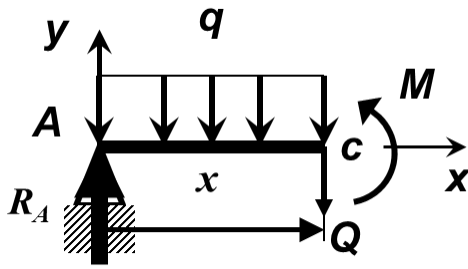


Рисунок 3.12 – Метод сечения для оставшейся части балки

4) Составить уравнение равновесия для отсеченной части балки (рисунок 3.12) от действия поперечной силы в соответствии с правилом знаков:

$$\sum F_{ky} = 0; \quad R_A - qx - Q = 0$$

5) Из уравнения равновесия определяют поперечную силу на участке AC длиной x , отсюда поперечная сила, которая действует в пределах всей длины балки:

$$0 \leq x \leq l$$

6) Из уравнения равновесия определяют реакции опор:

$$Q = R_A - qx;$$

при $x = 0, Q = R_A = \frac{ql}{2},$

при $x = l, Q = \frac{ql}{2} - ql = -\frac{ql}{2}.$ (3.17)

7) Составляют уравнение равновесия для отсеченной части балки от действия изгибающего момента относительно точки C в соответствии с правилом знаков для момента:

$$\sum M_C = 0; \quad -R_A x + \frac{qx^2}{2} + M = 0 \quad M = R_A x - \frac{qx^2}{2};$$

Изгибающий момент также действует в пределах всей длины балки $0 \leq x \leq l$

8) Из уравнения равновесия определяют изгибающий момент по всей длине балки:

$$M = \frac{ql}{2}l - \frac{ql^2}{2} = 0;$$

при $x=0$ и $M=0$, при $x=l$ (3.18)

9) Для построения эпюры поперечной силы и эпюры изгибающего момента следует рассмотреть, как изменяется изгибающий момент по длине балки из уравнения:

$$Q = \frac{dM}{dx}$$

10) Для нахождения экстремума определяют, в каком случае поперечная сила будет равна нулю:

$$Q = \frac{dM}{dx} = 0;$$

В уравнение (3.18) следует представить изменение равномерно распределенной нагрузки по длине участка как x_0 :

$$\frac{ql}{2} - qx_0 = 0;$$

и определить из него, что

$$x_0 = \frac{l}{2}.$$

Следует рассчитать величину изгибающего момента по уравнению (3.18) при x_0 :

$$x_0 = \frac{l}{2} \Rightarrow M = \frac{ql}{2} \frac{l}{2} - \frac{q}{2} \left(\frac{l}{2} \right)^2 = \frac{ql^2}{8}.$$

Далее строят эпюры поперечных сил и изгибающих моментов, как показано на рисунке 3.13.

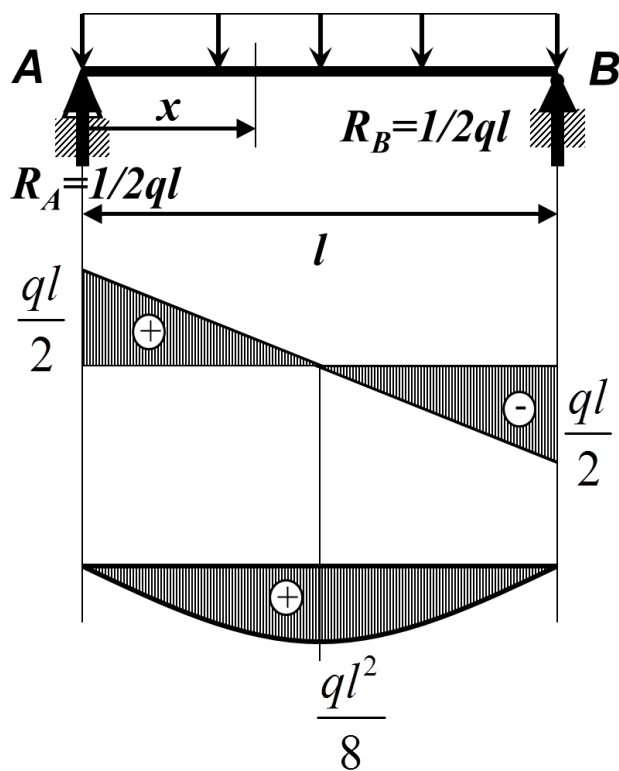


Рисунок 3.13 – Эпюры поперечных сил и изгибающих моментов по длине балки

3.14. Пример выполнения контрольного задания № 4. Расчет балки на прочность при действии распределенной внешней нагрузке и изгибающего момента

Варианты заданий и исходные данные для расчета балок на чистый изгиб при действии распределенных внешних нагрузках поперечных сил и изгибающих моментов приведены в таблице 3.3, расчетные схемы стержней приведены в таблице 3.4.

Пример выполнения контрольного задания не входит ни в один из вариантов и не может быть представлен в качестве выполненной работы.

3.14.1. Рассчитать балку на двух опорах с равномерно распределенной нагрузкой. Расчетная схема балки приведена на рисунке 3.14.

Требуется.

1. Определить опорные реакции в заделке.
2. Построить эпюры поперечной силы Q и изгибающего момента M_u .
3. Выполнить проектировочный расчет: из условия прочности по нормальным напряжениям.
4. Определить размеры поперечных сечений балки на каждом участке.
5. Подобрать сечения следующей формы:

– прямоугольное с соотношением сторон $c = \frac{h}{b} = 2$,

где h - высота сечения балки, см;

b - ширина сечения балки, см;

- круглое;
- кольцевое $\alpha = \frac{d}{D} = 0,8$;
- состоящее из двух швеллеров;
- двутавровое.

Исходные данные.

$M = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}$, $q = 1 \text{ кН/м}$, $a_1 = 1 \text{ м}$, $a_2 = 2 \text{ м}$, $\sigma_T = 240 \text{ МПа}$, $n_T = 1.5$.

Модуль упругости материала $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 2 \cdot 10^6 \text{ кгс/см}^2$.

Коэффициент толстостенности $\alpha = 0,8$.

Решение.

Определяют опорные реакции балки. Заданная балка зафиксирована в двух сечениях с помощью шарнирно-подвижной и шарнирно-неподвижной опор (см. рисунок 3.14). Характер прикладываемой нагрузки обуславливает необходимость определения только вертикальных реакций опор R_A и R_B , так как горизонтальная составляющая реакции в опоре A равна нулю ($H_A = 0$).

$$\sum M_A = 0, R_B a_2 - q a_2 \frac{a_2}{2} - M = 0 \Rightarrow$$

$$R_B = \frac{0,5 \cdot q a_2^2 + M}{a_2} = \frac{0,5 \cdot 16 \cdot 2^2 + 20}{2} = 26 \text{ кН.}$$

$$\sum M_B = 0, -R_A a_2 - M + q a_2 \frac{a_2}{2} = 0 \Rightarrow$$

$$R_A = \frac{0,5 \cdot q a_2^2 - M}{a_2} = \frac{0,5 \cdot 16 \cdot 2^2 - 20}{2} = 6 \text{ кН.}$$

Проверка:

$$\sum Y = 0, R_A + R_B - q a_2; \quad 6 + 26 - 32 = 0; \quad 0 \equiv 0.$$

Полученное тождество свидетельствует о правильности результатов.

Построение эпюр поперечной силы Q и изгибающего момента M .

Записывают уравнения для Q и M по участкам. Для каждого участка выбирается своя система координат.

Участок I: $0 \leq z_1 \leq a_1$

Рассматривают равновесие левой части балки

$$Q(z_1) = 0, M(z_1) = M = 20 \text{ кН} \cdot \text{м} = \text{const.}$$

Участок II: $0 \leq z_2 \leq a_2$

Рассматривают равновесие правой части балки

$$Q(z_2) = -R_B + qz_2.$$

$$z_2 = 0, \quad Q(z_2) = -R_B = -26 \text{ кН};$$

$$z_2 = a_2, \quad Q(z_2) = -R_B + qz_2 = -26 + 32 = 6 \text{ кН}.$$

$$M(z_2) = R_B z_2 - 0,5 \cdot qz_2^2.$$

$$z_2 = 0, \quad M(z_2) = 0;$$

$$z_2 = a_2 = 2 \text{ м},$$

$$M(z_2) = R_B a_2 - 0,5 \cdot q a_2^2 = 26 \cdot 2 - 0,5 \cdot 16 \cdot 2^2 = 20 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

$$\text{При } z_2 = z_0 \quad Q(z_0) = -R_B + qz_0 = 0 \Rightarrow z_0 = \frac{R_B}{q} = \frac{26}{16} = 1.625 \text{ м}.$$

Поскольку поперечная сила изменяется по линейному закону, то при переходе ее через нулевую линию на эпюре поперечных сил. В сечении, где $Q = 0$, при $z_2 = z_0$ изгибающий момент достигает экстремального значения, который следует определить:

$$M(z_0) = R_B z_0 - \frac{qz_0^2}{2}$$

тогда:

$$M(z_0) = R_B z_0 - \frac{qz_0^2}{2} = 26 \cdot 1.625 - \frac{16 \cdot 1.625^2}{2} = 21,125 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Строим эпюры Q и M . Результат построения эпюр представлен на рисунке 3.14.

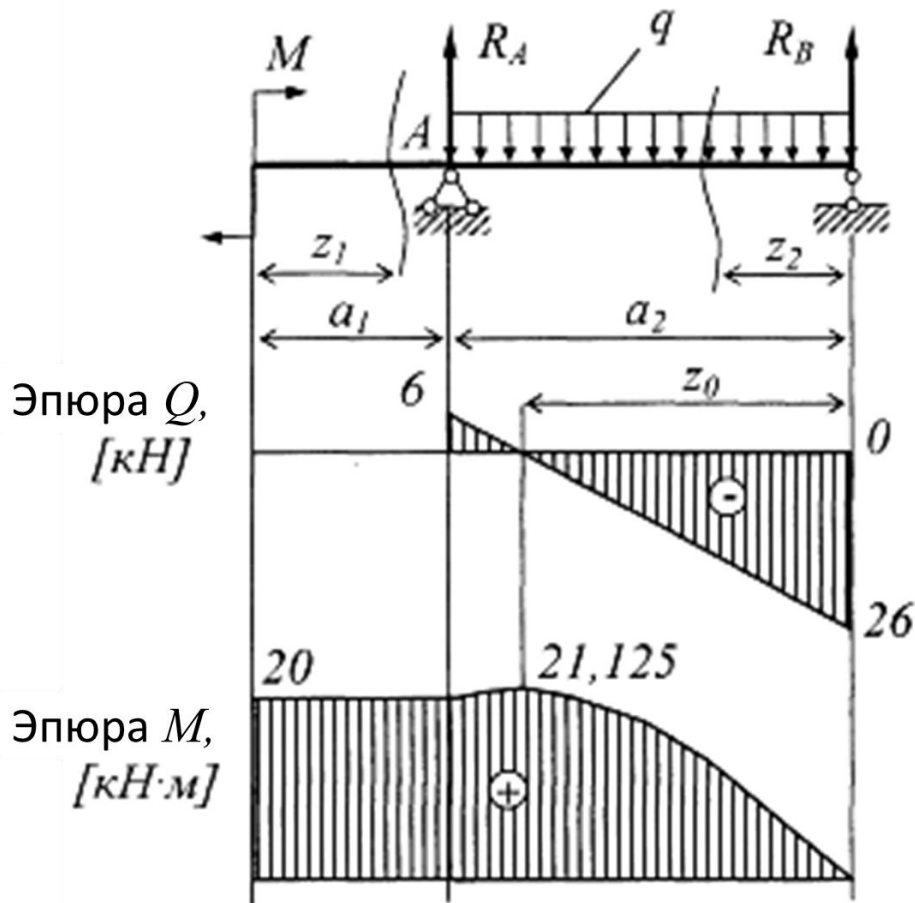


Рисунок 3.14 - Расчетная схема балки с равномерно распределенной нагрузкой на одном из участков

3.14.2. Условие прочности при изгибе по нормальным напряжениям для пластичных материалов:

$$\sigma_{max} = \frac{M_{max}}{W_x} \leq [\sigma], \quad \text{МПа, } \frac{\text{Кгс}}{\text{см}^2}.$$

Откуда момент сопротивления поперечного сечения определяют по формуле:

$$W_x = \frac{M_{max}}{[\sigma]}, \text{ см}^3, \text{ м}^3.$$

Значение максимального изгибающего момента берем с эпюры M_u на каждом участке по абсолютной величине.

Тогда по условию задачи проектирования форма поперечного сечения балки для заданных механических характеристик материала:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{n_T} = \frac{240}{1,5} = 160 \text{ МПа}, = 1600 \frac{\text{кГс}}{\text{см}^2}.$$

Так как из эпюры $M_{max} = 21,125 \text{ кН} \cdot \text{м}$ (см. рисунок 3.14), то предельное значение осевого момента сопротивления:

$$W_x = \frac{21,125}{160 \cdot 10^6} = 0,132 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 132 \text{ см}^3.$$

Поскольку осевой момент сопротивления является геометрической характеристикой сечения независимо от его формы, то он будет величиной постоянной:

$$W_x = 0,132 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 132 \text{ см}^3,$$

то в дальнейшем это значение используем для определения размеров любого выбранного сечения.

3.14.3. Расчет балки прямоугольного сечения, установленного на ребро (рисунок 3.15 а), с соотношением сторон:

$$c = \frac{h}{b} = 2.$$

Так как для прямоугольного сечения момент сопротивления относительно оси x и по условию $c = 2$, то:

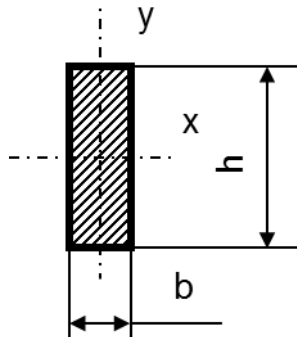
Высота поперечного сечения: $h = \sqrt{\frac{6W_x}{b}}, \text{ см}$

Ширина поперечного сечения: $b = \frac{h}{c}, \text{ см}$

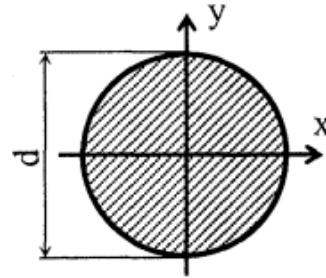
Тогда момент сопротивления: $W_x = \frac{h^3}{6c}, \text{ см}^3,$

где c – отношение высоты поперечного сечения балки к ее ширине.

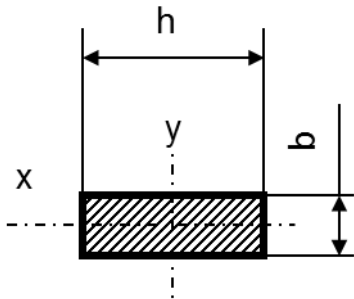
а) прямоугольное сечение,
установленное на ребро



в) круглое сечение



б) прямоугольное сечение,
установленное на плоскость



г) кольцевое сечение

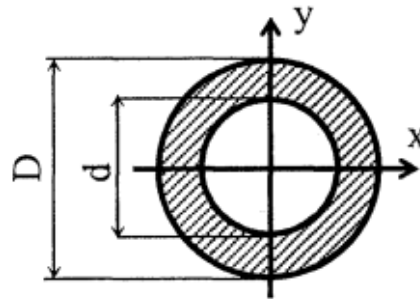


Рисунок 3.15 – Характеристики сечений балки

Высота поперечного сечения балки:

$$h = \sqrt[3]{6c \cdot W_x}, \text{ см.}$$

$$h = \sqrt[3]{6 \cdot 2 \cdot 132} = 11,66 \text{ см.}$$

Высоту поперечного сечения округляют до целого числа:

$$h = 12,0 \text{ см.}$$

Ширина поперечного сечения: $b = \frac{12}{2} = 6,0 \text{ см.}$

Фактическая площадь прямоугольного поперечного сечения балки:

$$A^{\text{пр}} = b \cdot h = 12,0 \cdot 6,0 = 72,0 \text{ см}^2.$$

3.14.4. Расчет балки круглого сечения (рисунок 3.15 в).

Для круглого сечения осевой момент сопротивления:

$$W_x = \frac{\pi \cdot D^3}{32}, \text{ см}^3,$$

откуда диаметр сечения балки:

$$D^3 = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot W_x}{\pi}}, \text{ см},$$

расчетный диаметр сечения балки:

$$D^3 = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 132}{3,14}} = 11,04 \text{ см}.$$

Размеры сечения округляют в большую сторону и принимают:

$$D = 11,2 \text{ см}.$$

Фактическая площадь круглого поперечного сечения балки:

$$A^{\text{кр}} = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 11,2^2}{4} = 98,47 \text{ см}^2.$$

3.14.5. Расчет балки кольцевого сечения (рисунок 3.15 г).

Для кольцевого сечения осевой момент сопротивления:

$$W_x = \frac{\pi \cdot D^3 \cdot (1 - \alpha^4)}{32}, \text{ см}^3,$$

где α - коэффициент толстостенности, определяемый из отношения: $\alpha = \frac{d}{D}$.

Откуда наружный диаметр кольцевого сечения балки:

$$D^3 = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot W_x}{\pi \cdot (1 - \alpha^4)}}, \text{ см},$$

расчетный диаметр сечения балки:

$$D^3 = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 132}{3,14 \cdot (1 - 0,8^4)}} = 13,16 \text{ см.}$$

Наружный диаметр округляют до целого числа: $D = 14,0 \text{ см.}$

Внутренний диаметр:

$$d = D \cdot \alpha = 14,0 \cdot 0,8 = 11,2 \text{ см.}$$

Площадь кольцевого поперечного сечения балки:

$$A^{\text{кольц}} = \frac{\pi D^2 \left[1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right]}{4} = \frac{3,14 \cdot 14,0^2 \left[1 - \left(\frac{11,2}{14,0} \right)^2 \right]}{4} = 55,39 \text{ см}^2.$$

3.14.6. Расчет балки, состоящей из двух швеллеров (рисунок 3.16 а).

В основе определения осевого момента сопротивления лежит соотношение:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}, \text{ см}^3.$$

а) сечение из двух швеллеров

в) сечение из двутавра

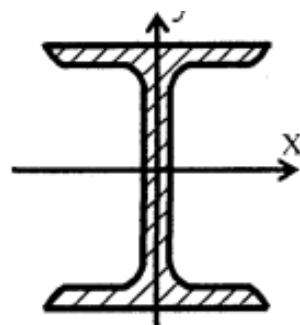
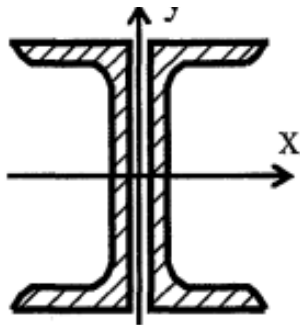


Рисунок 3.16 – Характеристики составных сечений балки

С учётом того, что рассматриваемое сечение сложное, состоящее из двух равных частей – двух швеллеров (рисунок 16 а), суммарный момент сопротивления:

$$W_x = \frac{I_{x1}^{шв1} + I_{x2}^{шв2}}{y_{max}} = 2 \cdot W_x^{шв}, \text{ см}^3.$$

По условию задачи проектирования:

$$W_x = 2 \cdot W_x^{шв} \geq \frac{M_{max}}{[\sigma]} \Rightarrow W_x^{шв} \geq \frac{M_{max}}{2[\sigma]},$$

тогда предельное расчетное значение осевого момента сопротивления для одного швеллера:

$$W_x^{шв1} = \frac{W_x}{2} = \frac{132}{2} = 66 \text{ см}^3.$$

По таблице ГОСТ 8240-97 «Швеллеры стальные горячекатаные. Сортамент» выбираем швеллер № 14у с ближайшим большим моментом сопротивления: $W_x^{шв1} = 70,2 \text{ см}^3$ и площадью сечения: $A^{шв1} = 15,6 \text{ см}^2$.

Высота швеллера: $h = 140 \text{ мм}$.

Ширина полки швеллера: $b = 58 \text{ мм}$.

В результате применения балки из двух швеллеров суммарный момент сопротивления:

$$W_x = 2 \cdot W_x^{шв} = 2 \cdot 70,2 = 140,4 \text{ см}^3.$$

Суммарная площадь сечения балки из двух швеллеров:

$$A^{шв} = 2 \cdot A^{шв1} = 2 \cdot 15,6 = 31,2 \text{ см}^2.$$

3.14.7. Расчет балки, состоящей из двутавра (рисунок 3.16 б).

В основе определения осевого момента сопротивления лежит соотношение:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{max}}, \text{ см}^3.$$

По условию задачи проектирования:

$$W_x^{дв} \geq \frac{M_{max}}{2[\sigma]},$$

тогда предельное расчетное значение осевого момента сопротивления для двутавра:

$$W_x^{ДВ} = 132,0 \text{ см}^3.$$

По таблице ГОСТ 8239-89 «Двутавры стальные горячекатаные. Сортамент» выбираем двутавр № 18 с ближайшим большим моментом сопротивления: $W_x^{ДВ} = 143,0 \text{ см}^3$ и площадью сечения: $A^{ДВ} = 23,4 \text{ см}^2$.

Высота двутавра: $h = 180 \text{ мм}$.

Ширина полки двутавра: $b = 90 \text{ мм}$.

В результате применения балки из двутавра момент сопротивления: $W_x = W_x^{ДВ} = 143,0 \text{ см}^3$.

Площадь сечения балки из двутавра: $A^{ДВ} = 23,4 \text{ см}^2$.

3.14.8. Оценка эффективности формы сечения по расходу материала путем сравнения площадей поперечного сечения выбранных профилей.

Для этого записывают площади поперечного сечения балки и сравнивают полученные значения между собой.

Прямоугольное поперечное сечение: $A^{пр} = 72,0 \text{ см}^2$.

Круглое поперечное сечение: $A^{кр} = 95,0 \text{ см}^2$.

Кольцевое поперечное сечение: $A^{кольц} = 55,39 \text{ см}^2$.

Сечение из двух швеллеров: $A^{шв} = 31,2 \text{ см}^2$.

Сечение из двутавра: $A^{ДВ} = 23,4 \text{ см}^2$.

Наиболее эффективной формой сечения по расходу материала является двутавровое сечение. Наименее эффективная форма сечения – круглая.

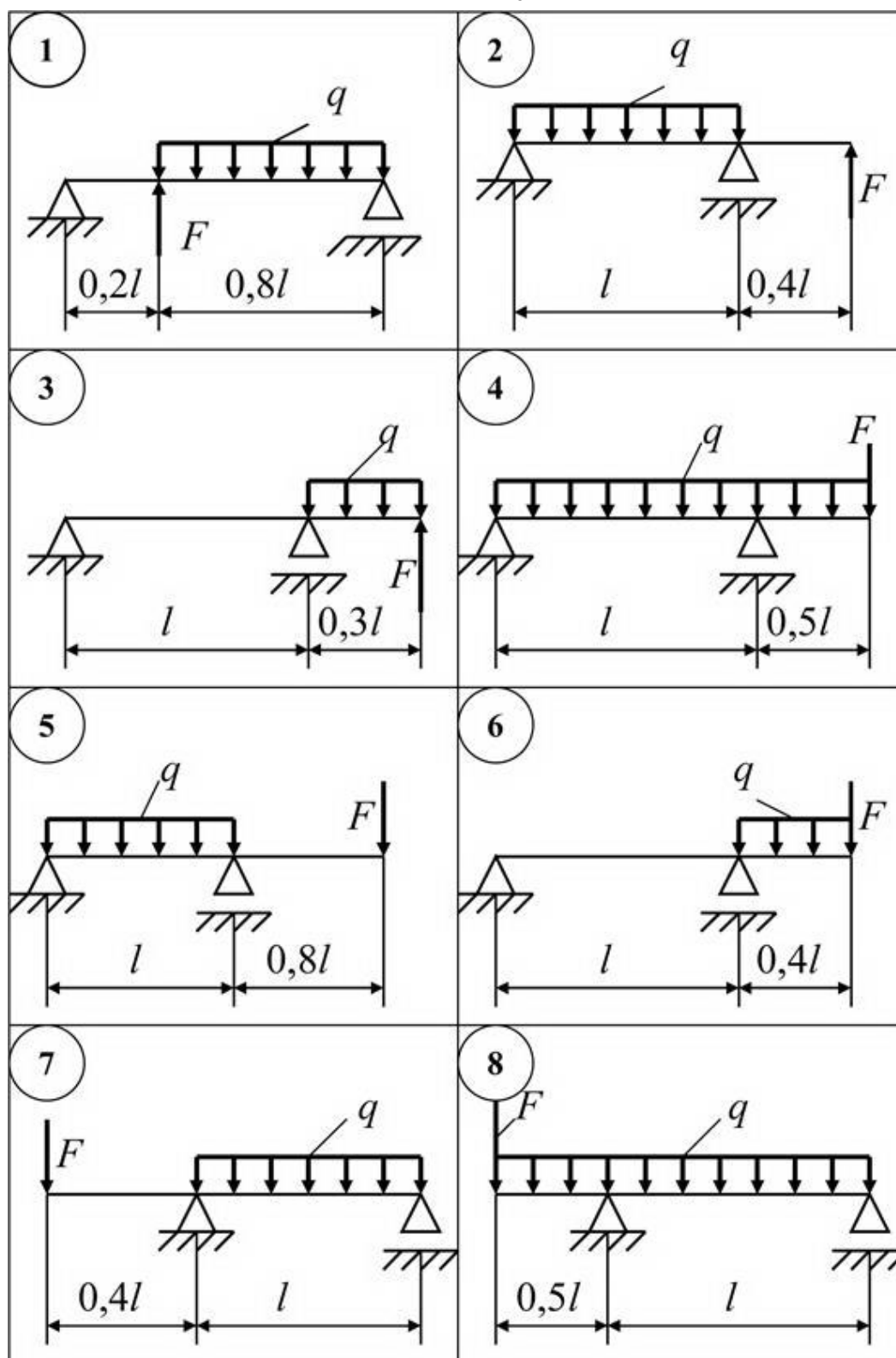
Выводы

Записать выводы по результатам расчета по каждому выбранному сечению.

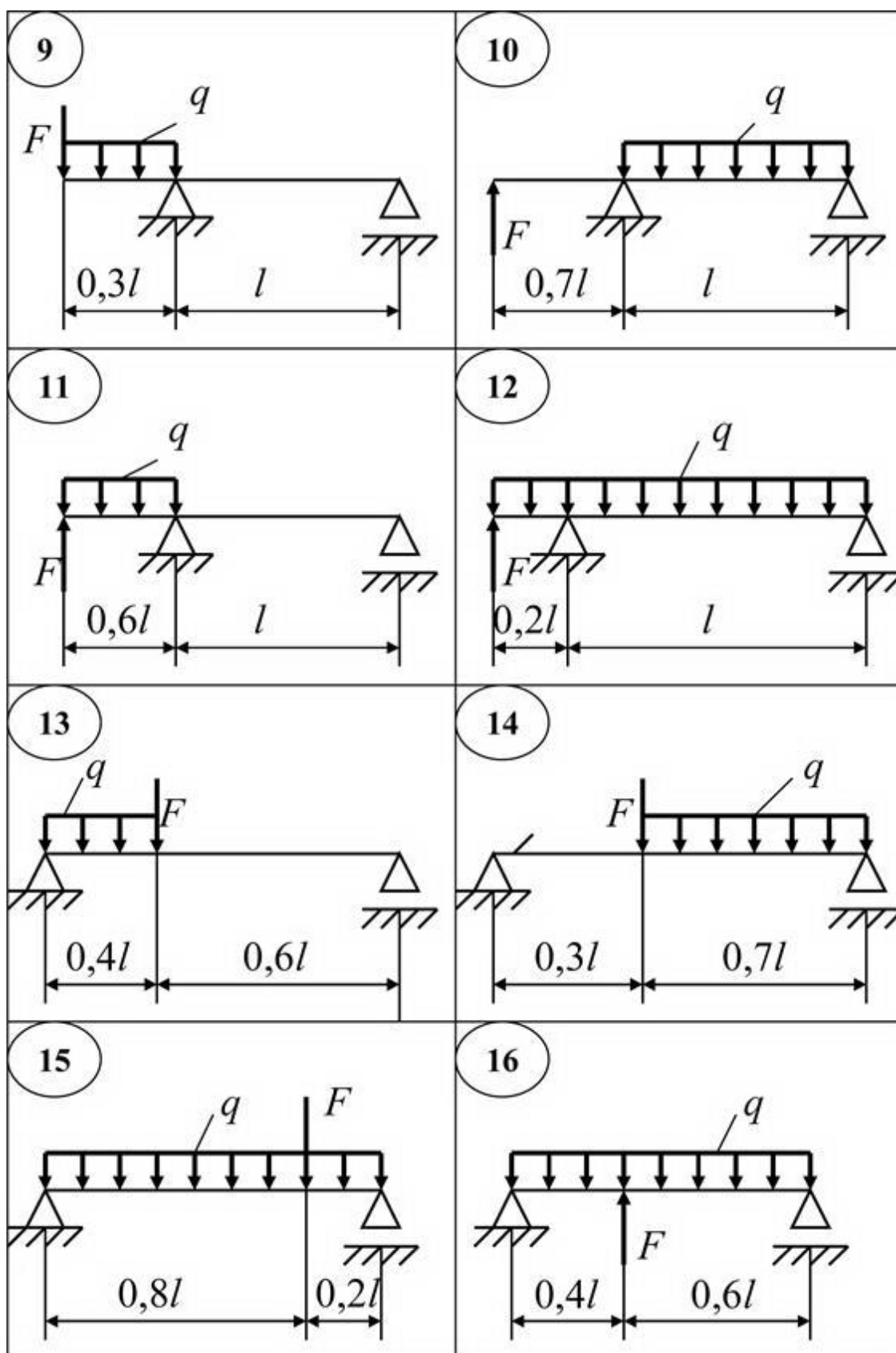
Таблица 3.3 - Исходные данные для расчета однопролётной балки с равномерно распределенной нагрузкой

Вариант	$l, м$	$q, \frac{Кгс}{м}$	$F, Кгс$	$c = \frac{h}{b}$	$\alpha = \frac{d}{D}$	$[\sigma], \frac{Кгс}{см^2}$
1	1,5	20	200	2	1,1	1500
2	2,0	25	180	1	1,2	1200
3	2,5	30	190	3	1,3	1300
4	3,0	35	200	2	1,0	1700
5	1,5	40	180	1	0,8	1600
6	2,0	45	190	3	0,9	1400
7	2,5	50	200	2	0,7	1500
8	1,5	50	180	1	0,75	1200
9	2,0	45	190	3	0,6	1300
10	2,5	40	200	2	1,1	1700
11	3,0	35	180	1	1,2	1600
12	1,5	30	190	3	1,3	1400
13	2,0	25	200	2	1,0	1500
14	2,5	20	180	1	0,8	1200
15	1,5	30	190	3	0,9	1300
16	2,0	40	200	2	0,7	1700
17	2,5	45	180	1	0,75	1600
18	3,0	50	190	3	0,6	1400
19	1,5	60	200	2	1,1	1500
20	2,0	65	180	1	1,2	1200
21	2,5	70	190	3	1,3	1300
22	1,5	20	200	2	1,0	1500
23	2,0	25	180	1	0,8	1200
24	2,5	32	190	3	0,9	1300
25	3,2	35	200	2	0,7	1700
26	1,5	42	180	1	0,75	1600
27	2,4	45	190	3	0,6	1400
28	2,6	52	200	2	1,0	1500
29	1,8	54	180	1	0,8	1200
30	2,9	46	200	2	0,9	1700

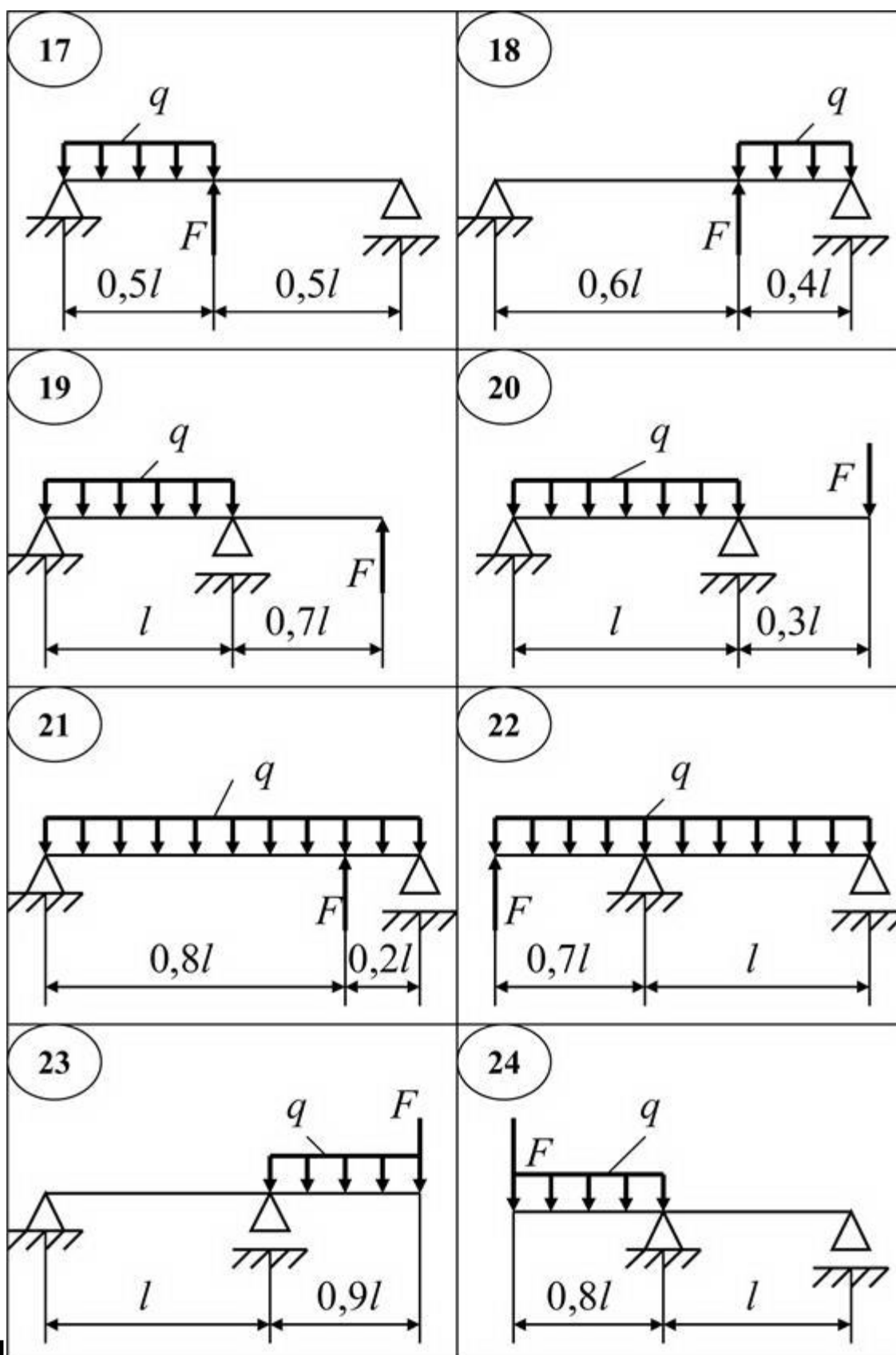
Таблица 3.4 - Расчетные схемы балок с равномерно распределенной нагрузкой



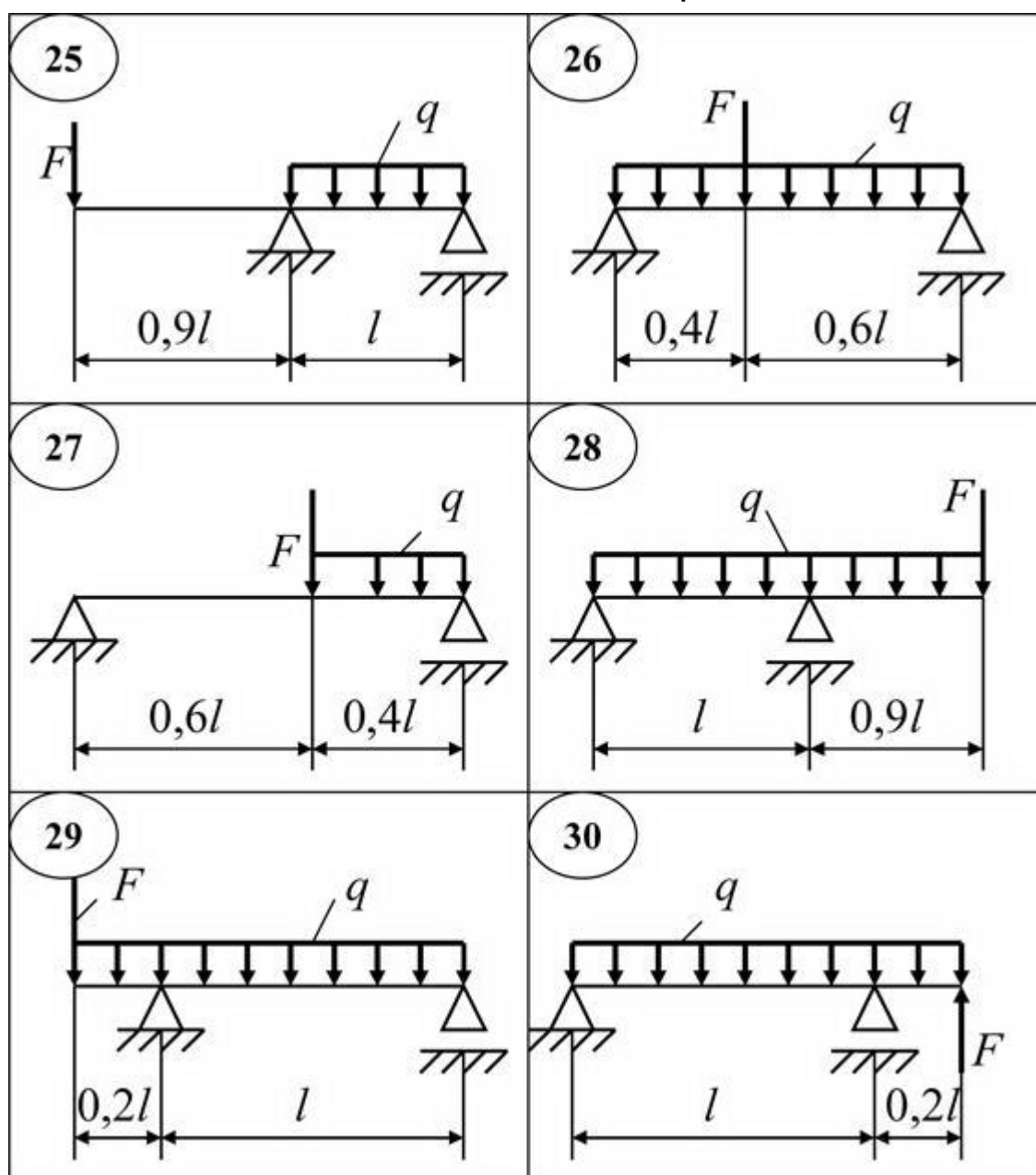
Продолжение таблицы 3.4



Продолжение таблицы 3



Продолжение таблицы 3.4



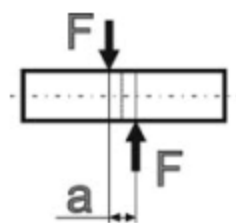
3.15. Контрольные вопросы для самопроверки знаний по расчету балок на изгиб

- 1) Внешние нагрузки, вызывающие прямой изгиб стержня. Внутренние усилия, построение их эпюр на примере.
- 2) Контроль правильности построения эпюр при изгибе.
- 3) Основные гипотезы и допущения при выводе формулы нормальных напряжений при изгибе. Закон распределения нормальных напряжений по высоте сечения.
- 4) Понятие нейтрального слоя, нейтральной линии сечения при изгибе. Рациональная форма сечения балки.
- 5) Условие прочности при изгибе, типы задач, решаемых из условия прочности. Понятие об осевом моменте сопротивления.
- 6) Понятие о центре изгиба. Для каких сечений это важно знать.

4. РАСЧЕТ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ НА СРЕЗ (СДВИГ)

Сдвиг – вид сопротивления, при котором стержень нагружен двумя равными силами (на малом расстоянии друг от друга), перпендикулярными к оси бруса и направленными в противоположные стороны.

Примером такого действия сил на брус может быть разрезание ножницами прутьев, деформация заклепок, болтов, сварных швов между металлическими листами и т. п. На практике сдвиг в чистом виде получить трудно, так как обычно деформация сдвига сопровождается другими видами деформаций и чаще всего изгибом.



Рассмотрим внутренние усилия, напряжения и деформации, необходимые при расчете на сдвиг элементов конструкций, имеющих форму бруса. Пусть известна внешняя нагрузка F , вызывающая сдвиг одной части бруса относительно другой. Используя метод мысленных сечений (см. рисунок), находим величину внутренних усилий, действующих в сечении бруса.

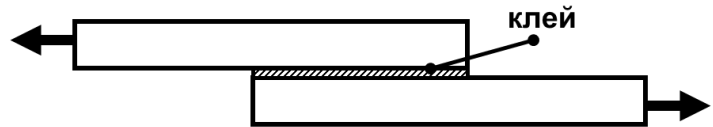
Очевидно, что в данном случае нагружения из шести уравнений равновесия лишь одно не обращается тождественно в ноль:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow Q_y = F.$$

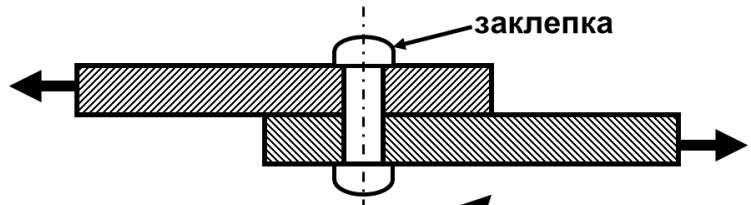
Таким образом, при сдвиге из шести внутренних усилий (N , Q_y , Q_z , M_x , M_y , M_z) в сечении элемента конструкции возникают только одно – поперечная сила (Q_y или Q_z), которая является единственным внутренним усилием, возникающим в сечении стержня при сдвиге, и при этом она лежит в плоскости этого сечения, то и напряжения, возникающие здесь, должны лежать в плоскости сечения стержня. То есть при сдвиге в точках поперечного сечения стержня возникают только касательные напряжения.

4.1. Основные типы соединений, работающих на срез и сдвиг

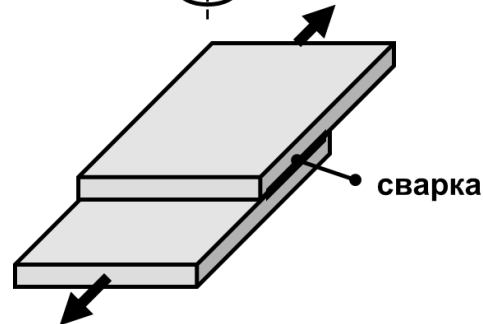
Клееные и паяные соединения



Заклепочные соединения



Сварные соединения



4.2. Краткие теоретические сведения

4.2.1. **Закон Гука при сдвиге.** В пределах упругости касательное напряжение прямо пропорционально относительному сдвигу:

$$\tau = G\gamma,$$

где G – модуль сдвига, МПа, характеризующий жесткость материала при сдвиге, или модуль упругости второго рода;

γ – относительный угол сдвига.

Закон Гука при сдвиге через абсолютные деформации:

$$\Delta S = \frac{Q \cdot a}{G \cdot A},$$

где a – расстояние между сдвигаемыми гранями;

A – площадь грани.

Модуль сдвига G , модуль продольной упругости E и коэффициент Пуассона μ материала связаны зависимостью:

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}. \quad (4.1)$$

Удельная потенциальная энергия деформации сдвига равна:

$$u = \frac{\tau^2}{2G} = \frac{\tau\gamma}{2}. \quad (4.2)$$

На практике чаще всего теория сдвига применяется к расчету болтов, заклепок, шпонок, сварных швов и других элементов соединений.

4.2.2. Условие прочности на срез записывается по минимальной площади среза A_{min} , отражающей минимальное число соединяющих элементов (заклепок, болтов, штифтов и т.д.) или минимальную длину сварного шва:

$$\tau_{max} = \frac{Q}{A_{min}} \leq [\tau].$$

Величина допускаемых касательных напряжений $[\tau]$ зависит от свойств материала, характера нагрузки и может быть определена по 3-ей теории прочности:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{экв}} = \sigma_1 - \sigma_3 &\leq [\sigma], \\ \text{тогда } \tau_{max} &\leq \frac{[\sigma]}{2}, \quad [\tau] = \frac{[\sigma]}{2} \end{aligned} \quad (4.3)$$

4.2.3. При расчете болтовых или заклепочных соединений учитывается смятие контактирующих поверхностей, то есть пластическую деформацию, возникающую на поверхности контакта между листом и заклепкой или болтом:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{P}{A_{\text{см}}} \leq [\sigma_{\text{см}}], \quad (4.4)$$

где $A_{\text{см}}$ – площадь проекции поверхности контакта на диаметрально плоскость.

4.2.4. При выполнении проектного расчета, то есть при определении необходимого диаметра заклепки, болта или при определении их количества необходимо учитывать условие прочности на срез и на смятие. Из двух значений следует взять большее и округлить его до ближайшего целого.

Болты и заклепки ослабляют соединяемые листы, поэтому сами листы проверяют на разрыв в ослабленных сечениях:

$$\sigma = \frac{P}{A_H} \leq [\sigma_p], \quad (4.5)$$

где A_H – минимальная площадь сечения пластины в месте отверстий под заклепки или болты. Ее называют также площадью нетто.

4.3. Общий порядок расчета заклепочных и болтовых соединений

В настоящее время заклепки во многих случаях уже вытеснены сваркой, однако они имеют еще очень большое применение

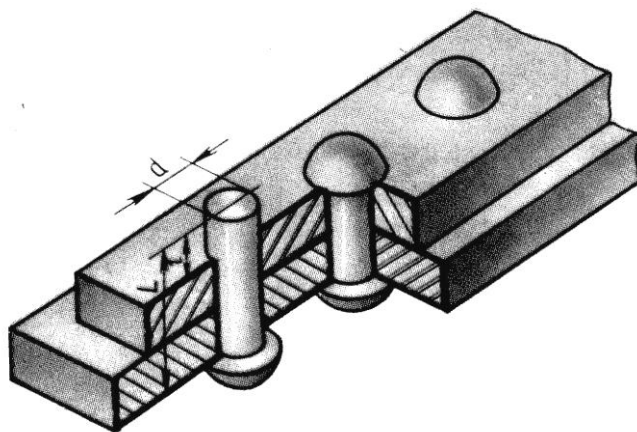


Рисунок 4.1 – Общий вид заклепочного соединения

для соединения частей металлических конструкций, работающих в условиях циклических нагрузок, так как сварные соединения работают хуже при циклических нагрузках, чем заклепочные. Заклепочные соединения применяются для крепления стропил, ферм мостов, кранов,

для соединения листов в котлах, судах, резервуарах и т. п. Общий вид заклепочного соединения показан на рисунке 4.1.

Принципиально расчет заклепочного и болтового соединения при соединении пластин между собой ничем не отличается. Исключение составляет болтовое соединение пластин с установкой болтов с зазором, которое будет рассмотрено далее.

Для образования заклепочного соединения в обоих листах выполняют отверстия. В них закладывается стержень заклепки, имеющий одну головку. Перед установкой заклепки обычно нагревают докрасна. Для образования второй головки после установки в отверстие в пластине другой конец заклепки расклепывается ударами специального молотка, методом раскатки или давлением гидравлического пресса (клепальной машины). Мелкие заклепки диаметром меньше 8 мм ставятся в холодном состоянии.

На рисунке 4.2 а), б) и в) показаны заклепочные соединения без накладных пластин. Они могут быть:

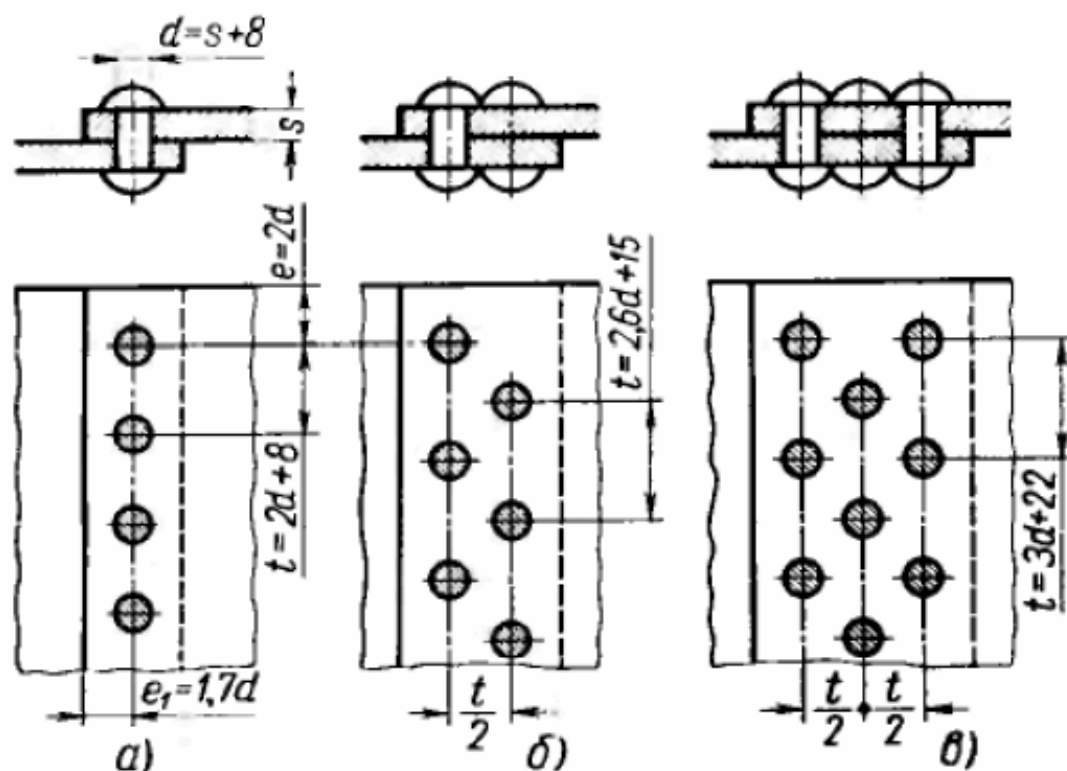


Рисунок 4.2 - Заклепочные соединения без накладных пластин

- а) однорядные;
- б) двухрядные;
- в) многорядные.

На рисунке 4.3 а) и б) показаны заклепочные соединения с накладными пластинами. Они также могут быть однорядными, двухрядными и многорядными.

Расположение заклепок в плане определяется как по условиям прочности и плотности соединения, так и по технологическим соображениям.

4.3.1. Практические рекомендации по расположению заклепок в соединении.

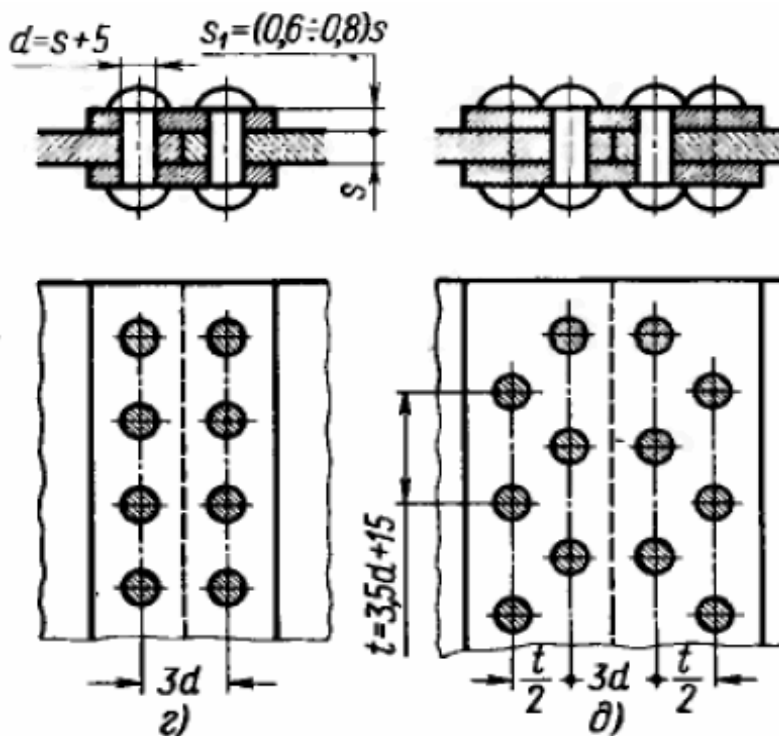


Рисунок 4.3 - Заклепочные соединения с накладными пластинами

Растояния в плане между центрами заклепок в *поперечном направлении соединения* принимают в пределах $(3 \div 7)d$. Растояние до края листов должны быть не менее $(1,5 \div 2)d$, как в продольном, так и в поперечном направлениях. Чтобы длина стыка была меньше, принимают $a = (3 \div 4)d$. Для меньшего ослабления сечения

пластин расстояние между заклепками в *поперечном направлении соединения* принимают возможно большим (до $7d$), что позволяет уменьшить число рядов, следовательно, и ослабление скрепляемых пластин.

На рисунке 4.4 показана конструкция заклепочного соединения (I) и схема приложения нагрузки (II) к основным пластинам и к накладным пластинам, скрепляемым внахлест.

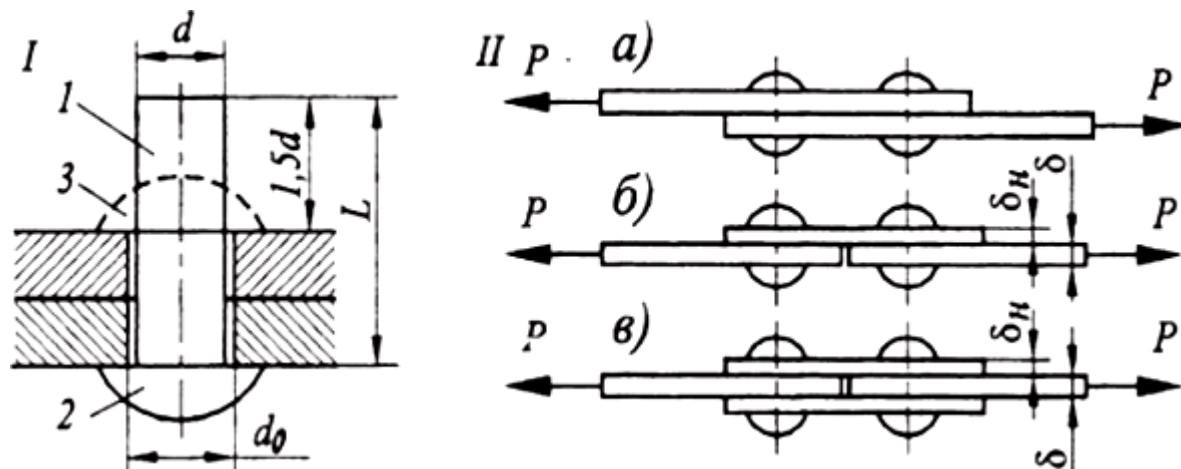


Рисунок 4.4 – Конструкция заклепочного соединения (I) и схема приложения нагрузки (II) к основным и накладным пластинам пластинами

Под действием сил P пластины стремятся сдвинуться одна относительно другой, чему препятствуют заклепки, на которые передается действие этой силы в разных направлениях.

4.3.2. Рассмотрим расчетную схему заклепочного соединения, показанную на рисунке 4.5

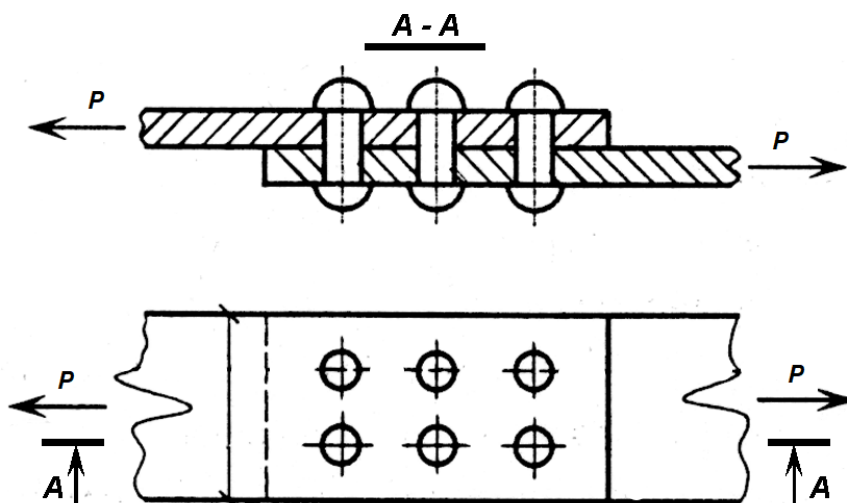


Рисунок 4.5 – Расчетная схема заклепочного соединения

Опыт показывает, что одни из заклепок ряда нагружаются больше, другие — меньше. Однако к моменту разрушения усилия, передающиеся на различные заклепки, более или менее выравниваются за счет пластических деформаций. Поэтому принято считать, что все заклепки работают в одинаковых условиях.

4.4. Расчет заклепочных и болтовых соединений на срез

4.4.1. Для проверки прочности заклепок применим общий порядок решения задач сопротивления материалов. На рисунке 4.6 показана расчетная схема заклепки, работающей на срез.

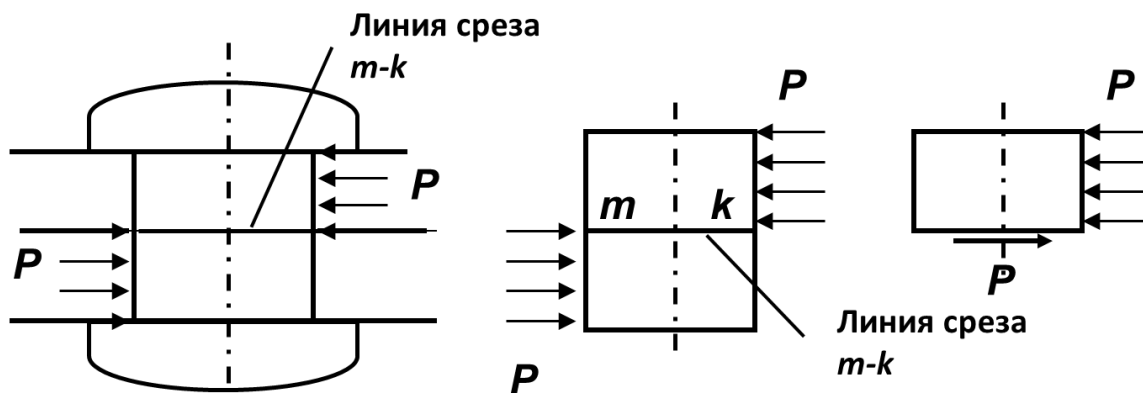


Рисунок 4.6 – Расчетная схема заклепки, работающей на срез

На заклепку передаются по две равные и прямо противоположные силы: одна сила — от первого листа, другая — от второго. Для вычисления напряжений, действующих по этой плоскости, разделим мысленно заклепочный стержень сечением mk и отбросим нижнюю часть.

4.4.2. Внутренние усилия, передающиеся по этому сечению от нижней части на верхнюю, будут уравнивать внешнюю силу P , действовать параллельно ей в плоскости сечения, и в

сумме дадут равнодействующую, равную P . В сечении $m-k$ касательно к плоскости сечения появляются касательные напряжения τ . Обычно принимают равномерное распределение этих напряжений по сечению.

4.4.3. Условие прочности заклепочного или болтового соединения на срез:

$$\tau = \frac{P}{A} = \frac{P}{n \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau], \quad (4.6)$$

где n – количество заклепок в соединении.

Величину допускаемого касательного напряжения $[\tau]$, или, как говорят, допускаемого напряжения на срез, принято определять в виде: $[\tau] = (0,7 \div 0,8)[\sigma]$.

Из условия прочности заклепочного или болтового соединения (4.6) определяют диаметр заклепок, если задано их число n . Или наоборот, задав число заклепок n , определяют диаметр заклепки d . Однако, при расчете заклепочного или болтового соединения необходимо выполнять расчет заклепки или болта на срез и на смятие, расчет пластины в месте установки заклепки или болта на смятие, расчет пластины на прочность в наименьшем сечении, ослабленном отверстиями под заклепки или болты. Рассмотрим порядок расчета на срез.

4.4.4. Обычно задаются диаметром заклепок d в соответствии с толщиной t соединяемых деталей (обычно $d \approx 2t$) и определяют необходимое число заклепок:

$$n_{\text{ср}} \geq \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4} [\tau]}. \quad (4.7)$$

При выводе формулы (4.7) расчета заклепки на перерезывание, помимо оговоренных нагрузок, допущено упрощение. Дело в

том, что силы, действующие на заклепку, не направлены по одной

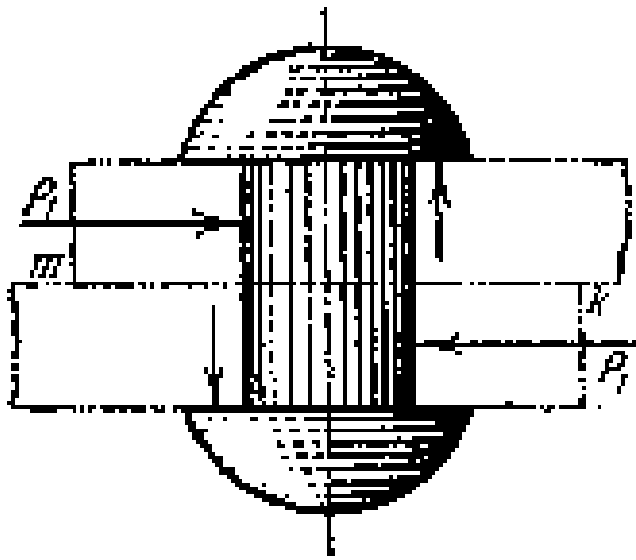


Рисунок 4.7 –Схема действия сил на заклепку

прямой, а образуют пару. Эта пара уравнивается другой парой, образующейся из реакций соединенных листов на головку заклепки (рисунок 4.7) и ведет к появлению нормальных напряжений, действующих по сечению $m-k$ и направленных вдоль оси заклепки, которые появляются вследствие усадки заклепок. Это обстоятельство, с одной сто-

роны, обеспечивает стягивание заклепками листов и возникновение между ними сил трения, с другой — вызывает нормальные напряжения по сечениям стержня заклепки. Заклепки изготавливают преимущественно из стали, обладающей пластичностью, поэтому даже если бы нормальные напряжения достигли предела текучести, можно ожидать некоторого пластического удлинения стержня заклепки, что вызовет лишь уменьшение сил трения между листами и осуществление в действительности той схемы работы заклепки на перерезывание, на которую она и рассчитывается. Поэтому эти нормальные напряжения в расчетах на срез не учитываются.

4.4.5. На рисунке 4.8 показана схема определения площадок среза заклепки при односрезном и при двух срезном соединениях.

При проектировании строительных конструкций применяется следующее условие прочности на срез для заклепочных и болтовых соединений:

$$\tau = \frac{Q}{An_s n_{cp}} \leq R_{bs} \gamma_b, \quad (4.8)$$

где Q – поперечная сила, равная внешней силе P , действующей на соединение;

R_{bs} – расчетное сопротивление на срез;

$A = \pi d^2/4$ – расчетная площадь сечения болта или заклепки (площадь среза);

d – диаметр заклепки, или наружный диаметр болта;

n_s – число срезов одного болта или заклепки;

γ_b – коэффициент условий работы соединения, имеющий значения в интервале $0,75 \leq \gamma_b \leq 1,0$;

n_{cp} – число болтов или заклепок, работающих на срез.

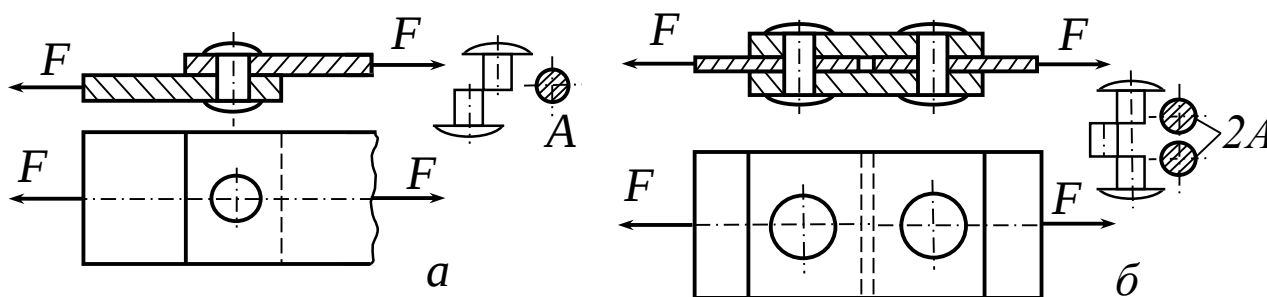


Рисунок 4.8 – Схема определения площадок среза заклепки:

а) - при односрезном соединении $n_s = 1$;

б) - при двухсрезном соединении $n_s = 2$.

4.4.6. Если величины F , R_{bs} , γ_b , n_s известны, то задаваясь числом заклепок или болтов n , можно найти необходимый для обеспечения прочности на срез диаметр:

$$d \geq \sqrt{\frac{4F}{\pi n_s n_{cp} R_{bs} \gamma_b}}. \quad (4.9)$$

Зная d , F , R_{bs} , γ_b , n_s , можно определить необходимое число заклепок или болтов на срез:

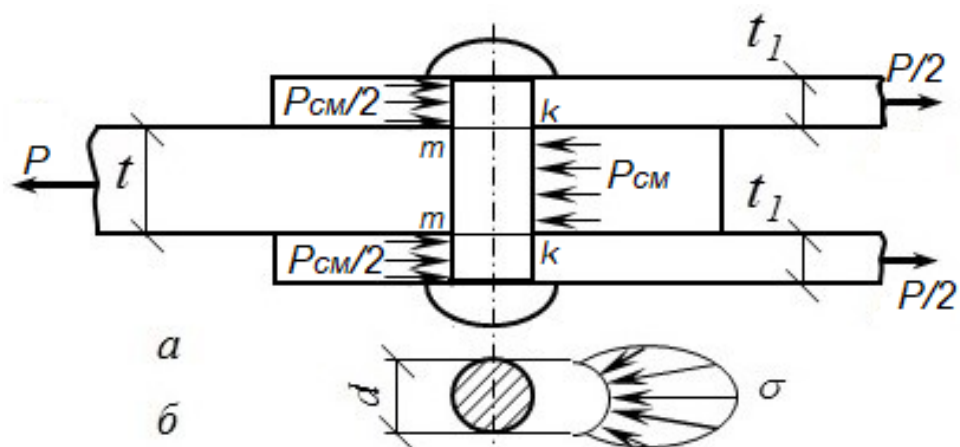
$$n_{\text{ср}} \geq \frac{4F}{\pi d^2 n_s R_{bs} \gamma_b}. \quad (4.10)$$

Число заклепок или болтов округляют до большего целого числа.

4.5. Расчет заклепок и соединяемых листов на смятие

Передача сил на стержень заклепки происходит путем нажатия стенок отверстия в скрепляемых пластинах на заклепку, и соответственно заклепки на поверхность стенок, поэтому необходимо установить, не произойдет ли наружное смятие этого стержня или стенок отверстия в пластинах. Для этого нужно проверить стержень самой заклепки и сопряженную с ней поверхность отверстия в пластине под заклепку на смятие. На рисунке 4.9 показана схема определения площадки смятия и примерная схема передачи давлений на стержень заклепки в двух срезном заклепочном соединении.

4.5.1. Под смятием понимают пластическую деформацию на поверхностях контакта заклепки и отверстия в пластине. Возникающие при этом напряжения являются нормальными, распределение которых по поверхности контакта достаточно сложно. Поэтому сам процесс распределения нормальных напряжений рассматривать не будем. Скажем только, что распределение давлений по цилиндрической поверхности заклепки во многом зависит от неправильностей формы заклепочного отверстия и стержня, вызванных их неточностью изготовления, поэтому расчет площадки смятия проводится условно.



Условная поверхность смятия

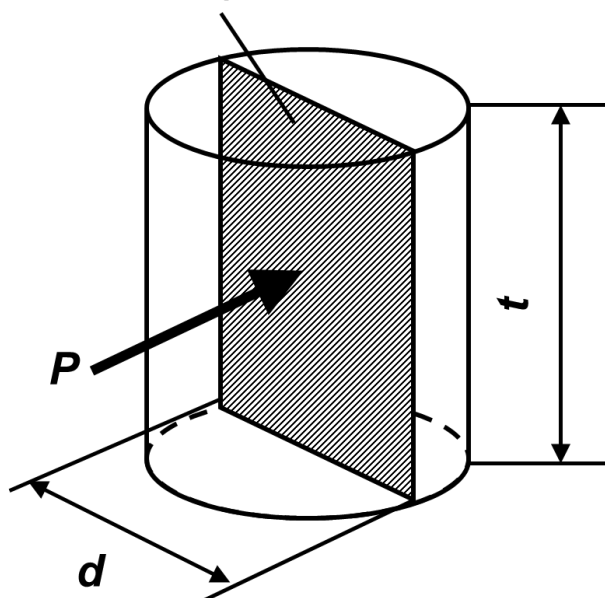


Рисунок 4.9 – Схема определения площадки смятия в двух срезном заклепочном соединении

4.5.2. Согласно принятым допущениям считается, что давление, передающееся на поверхность заклепки от листа, распределяется равномерно по диаметральной плоскости сечения заклепки и примерно равно наибольшему напряжению смятия σ_c вдоль действия перерезывающей силы P .

4.5.3. Условие прочности на смятие имеет вид:

$$\sigma_{cm} = \frac{P}{n_{cm} A_{cm}} \leq [\sigma_{cm}]. \quad (4.11)$$

где $[\sigma_c]$ - допускаемое напряжение на смятие. Принимают:

$$[\sigma_{cm}] = (2 \div 2,5)[\sigma],$$

то есть больше основного допускаемого напряжения на растяжение и сжатие $[\sigma]$, так как расчет на смятие по существу является упрощенной проверкой прочности по контактными напряжениям;

$\frac{P}{n}$ - давление на одну заклепку;

$A_{\text{см}}$ - площадка смятия представляет собой прямоугольник, одной стороной которого служит диаметр заклепки d , другая же равна толщине листа, передающего давление на стержень заклепки:

$$A_{\text{см}} = td. \quad (4.12)$$

где t – толщина основной пластины, подвергающейся смятию под воздействием усилия P ;

Необходимое число заклепок на смятие определяют формулой:

$$n_{\text{см}} \geq \frac{P}{td[\sigma_{\text{см}}]}. \quad (4.13)$$

Число заклепок на смятие также следует округлить до большего целого числа.

Таким образом, число заклепок, необходимое для прочного соединения пластин, принимают:

$$n = \max(n_{\text{ср}}; n_{\text{см}})$$

Из двух полученных значений количества заклепок, следует взять большее, округлив до целого числа.

4.5.4. Пример 1. Рассчитать односрезное заклепочное соединение на срез и смятие при $n_s = 1$ (рисунок 4.8 а). Определить количество заклепок из условия среза, а затем из условия смятия.

Растягивающая сила $P = 720$ кН, диаметр заклепки $d = 20$ мм, толщина пластины $t = 10$ мм,

допускаемые касательные напряжения материала заклепки на срез $[\tau] = 100$ МПа, допускаемые нормальные напряжения материала заклепки на смятие $[\sigma_c] = 240$ МПа.

Решение.

Определяют количество заклепок по условиям среза:

$$n_{\text{ср}} \geq \frac{P}{\frac{\pi d^2}{4} [\tau]} = \frac{720 \cdot 10^3}{\frac{3,14 \cdot 20^2}{4} \cdot 100} \approx 24 \text{ заклепки.}$$

Определяют количество заклепок по условиям смятия:

$$n_{\text{см}} \geq \frac{P}{td[\sigma_c]} = \frac{720 \cdot 10^3}{10 \cdot 20 \cdot 240} = 15 \text{ заклепок.}$$

Таким образом, условие прочности заклепок на перерезывание требует постановки двадцати четырех заклепок, а условие же прочности на смятие — пятнадцати заклепок.

Расчетное количество заклепок принимают:

$$n = \max(n_{\text{ср}}; n_{\text{см}}) = \max(24; 15) = 24 \text{ заклепки.}$$

Расчет показал, что необходимо поставить двадцать четыре заклепки, определенные из условия среза. Из этого следует, что в данном случае работа заклепок на срез оказывается опаснее работы их на смятие. Так обычно бывает в соединениях с односрезными заклепками (рисунок 4.8 а), в которых каждая заклепка перерезывается в одной плоскости.

4.5.5. В несколько других условиях будут работать заклепки на смятие в двухсрезном заклепочном соединении при $n_s = 2$, показанном на рисунке 4.8 б). Здесь стык двух соединяемых пластин осуществлен при помощи двух дополнительных накладок. Сила P при помощи первой группы заклепок передается от левого листа к обеим накладкам, а от последних при помощи второй группы за-

клепок передается правому листу. Имея число n заклепок, необходимое для передачи усилия P от листа на накладки и от накладок на другой лист, получаем, что на каждую заклепку передается усилие от основного листа P/n . Оно уравнивается усилиями $P/2n$, передающимися на заклепку от накладок (рисунок 4.8 б).

4.5.6. Стержень заклепки подвергается перерезыванию уже в двух плоскостях, то есть $n_s = 2$. При этом средняя часть заклепки сдвигается влево относительно крайних частей заклепки (рисунок 4.8 б). Допускают, что срезающая сила равномерно распределяется по двум сечениям $m-k$ с одной и с другой стороны центральной пластины.

Условие прочности для двухсрезной заклепки при $n_s = 2$ принимает вид:

$$\tau = \frac{P}{n_{\text{ср}} \cdot n_s \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau]. \quad (4.14)$$

Число заклепок определяется формулой:

$$n_{\text{ср}} \geq \frac{P}{n_s \frac{\pi d^2}{4} [\tau]}. \quad (4.15)$$

Таким образом, при двойном перерезывании число заклепок оказывается в два раза меньше, чем при одиночном перерезывании по условиям прочности на срез.

4.5.7. Переходим к проверке на смятие пластин, при толщине склепываемых пластин t .

Принято условие, что толщина накладок t_1 не должна быть меньше $0,5t$ основной пластины так как две накладки должны взять от основного листа всю силу P . Поэтому:

$$0,5t < t_1 < t,$$

где t – толщина основной пластины, подвергающейся смятию под воздействием усилия P ;

t_1 – толщина накладки, подвергающейся смятию под воздействием усилия $P/2$.

Сила P/n сминает как среднюю часть заклепки, так и верхнюю с нижней. Опаснее будет смятие той части заклепки, где площадь смятия меньше. Так как толщина пластины обычно не более суммы толщин обеих накладок, то в худших условиях будет средняя часть заклепки, поэтому ее и проверяют на смятие.

Условие прочности на смятие останется таким же, как и при односрезных заклепках:

$$\sigma_{см} = \frac{P}{n_{см} t d} \leq [\sigma_{см}]. \quad (4.16)$$

Число заклепок на смятие определяется формулой:

$$n_{см} \geq \frac{P}{t d [\sigma_{см}]}. \quad (4.17)$$

Таким образом, для рассматриваемой конструкции число заклепок в первом и во втором случаях определится из условия (4.17).

4.5.8. Пример 2. Рассчитать заклепочное соединение на срез и смятие при двухсрезных заклепках $n_s = 2$. (рисунок 4.8 б). Определить количество заклепок из условия среза, а затем из условия смятия. Растягивающая сила $P = 720$ кН, диаметр заклепки $d = 20$ мм, толщина пластины $t = 10$ мм, толщина каждой накладки $t_1 = 8$ мм, допускаемые касательные напряжения материала заклепки на срез $[\tau] = 100$ МПа, допускаемые нормальные напряжения материала заклепки на смятие $[\sigma_{см}] = 240$ МПа.

Решение.

Определяют количество заклепок по условиям среза:

$$n_{\text{ср}} \geq \frac{P}{n_s \frac{\pi d^2}{4} [\tau]} = \frac{720 \cdot 10^3}{2 \cdot \frac{3,14 \cdot 20^2}{4} \cdot 100} \approx 12 \text{ заклепок.}$$

Определяют количество заклепок по условиям смятия:

$$n_{\text{см}} \geq \frac{P}{td[\sigma_{\text{см}}]} = \frac{720 \cdot 10^3}{10 \cdot 20 \cdot 240} = 15 \text{ заклепок.}$$

Таким образом, условие прочности заклепок на перерезывание требует постановки двенадцати заклепок, а условие же прочности на смятие — пятнадцати заклепок.

Расчетное количество заклепок принимают:

$$n = \max(n_{\text{ср}}; n_{\text{см}}) = \max(12; 15) = 15 \text{ заклепок.}$$

Расчет показал, что в этом случае работа заклепок на смятие оказывается опаснее работы их на срез, поэтому необходимо задать пятнадцать заклепок.

4.5.9. На двух рассмотренных примерах мы установили общие методы проверки прочности заклепочных соединений. Расчет многосрезных заклепок проводится по приведенным выше формулам. В конструкциях иногда приходится склепывать целые пакеты соединяемых элементов. В них получается большее количество линий среза $m-k$, соответственно, и большее число срезов $n_s > 2$. Для вычисления же напряжений смятия следует найти ту часть заклепки, которая воспринимает наибольшую силу на наименьшей толщине пластин. Затем также следует рассчитать необходимое количество заклепок для выполнения условий прочности на срез и на смятие.

4.6. Расчет прочности соединяемых заклепками пластин

4.6.1. Опасным сечением скрепляемой заклепками или болтами пластины (рисунок 4.10) будет сечение, проходящее через отверстия под заклепки, в котором ширина пластины будет наименьшей из-за ее ослабления отверстиями под заклепки или болты.

Условие прочности пластины при ослаблении отверстиями под заклепки или болты:

$$\sigma = \frac{P}{A_H} \leq [\sigma],$$

Площадь сечения пластины нетто в месте отверстий под за-

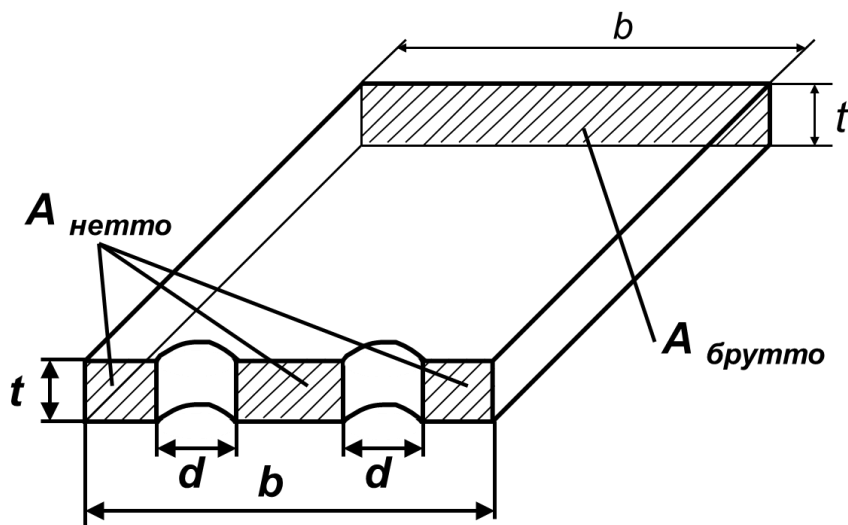


Рисунок 4.10 – Схема определения площади сечения, проходящего через отверстия под заклепки или болты

клепки или болты:

$$A_H = (b - m \cdot d) \cdot t.$$

где b – ширина пластины;

t – толщина пластины;

d – диаметр отверстия под заклепку или болт;

m — число отверстий, попадающих в сечение (в нашем случае — два).

Площадь полного сечения пластины – брутто равна:

$$A_{\text{бр}} = b \cdot t.$$

4.6.2. Учет влияния заклепочных отверстий на прочность скрепляемых листов общепринят, но является весьма условным. На самом деле, влияние отверстия в листе вызывает у его краев значительные местные напряжения, которые могут достичь предела текучести материала и вызвать остаточные деформации пластин.

4.6.3. Некоторую опасность в отношении образования трещин эти местные напряжения могут представить лишь при действии переменных нагрузок в материале, имеющем низкий предел усталости. Однако в обычных условиях работы заклепочных соединений эта опасность может не учитываться. Во избежание возможности разрушения пластин заклепки размещаются на определенных расстояниях друг от друга и от края листа.

4.6.4. При проектировании строительных конструкций применяется следующий алгоритм расчета болтовых и заклепочных соединений на смятие.

Для упрощения расчета, площадь, подвергающуюся смятию, принимают равной:

$$A_p = d \sum t n,$$

где d – диаметр заклепки (болта);

n —число заклепок (болтов);

$\sum t$ – наименьшая суммарная толщина элементов, сминаемых в одном направлении.

Сминающей будет та же сила P , поэтому условие прочности на смятие имеет вид:

$$\sigma_{bp} = \frac{P}{d \sum tn} \leq R_{bp} \gamma_b, \quad (4.18)$$

где R_{bp} – расчетное сопротивление на смятие.

Из условия (4.18) можно найти либо необходимый диаметр d по известным величинам F , t , n , R_{bp} , γ_b :

$$d \geq \frac{F}{\sum t \cdot n R_{bp} \gamma_b}, \quad (4.19)$$

либо определить потребное число заклепок n

$$n \geq \frac{F}{\sum t \cdot d R_{bp} \gamma_b}, \quad (4.20)$$

Из двух значений диаметров, принимают больший, округляя его до стандартного значения. Точно так же из двух значений n выбирают большее число, округленное до большего целого.

4.7. Некоторые допущения, принятые при расчете на срез

4.7.1. В заклепочных и болтовых соединениях при действии поперечной силы Q , проходящей через центр тяжести соединения, распределение этой силы между заклепками или болтами принимают равномерным.

4.7.2. Нагрузка равномерно распределяется между рядами и между отдельными болтами или заклепками в ряду.

4.7.3. При действии на соединение момента, вызывающего сдвиг соединяемых элементов, распределение усилий на болты или заклепки следует принимать пропорционально расстояниям от центра тяжести соединения до рассматриваемого болта или заклепки.

4.7.4. Болты или заклепки, работающие одновременно на срез и растяжение, следует проверять отдельно на срез и на растяжение.

4.7.5. Силы трения между стягиваемыми или склепываемыми деталями не учитывают.

4.7.6. Изгибающий момент, действующий в поперечном сечении болта или заклёпки незначителен, и его можно не учитывать.

4.8. Дополнительные задачи на сдвиг

Задачи на сдвиг встречаются не только при расчете заклепочных и болтовых соединений. Имеются и другие элементы конструкций, испытывающие деформацию сдвига, и поэтому при их расчете необходимо всякий раз удовлетворять условию прочности на срез

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{F}{A_s} \leq R_s \gamma_c \quad (4.21)$$

и условию прочности на смятие

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{A_p} \leq R_p \gamma_c. \quad (4.22)$$

Например, при расчете соединения деревянных элементов применяется условие прочности на скалывание вдоль волокон:

$$\tau = \frac{F}{A_{\text{ск}}} \leq R_{\text{ск}} \gamma_c, \quad (4.23)$$

где $R_{\text{ск}}$ – расчетное сопротивление скалыванию.

Условие прочности на смятие в деревянных конструкциях вдоль волокон имеет вид соотношения (4.22).

4.9. Примеры выполнения контрольного задания № 4. Расчет на прочность заклепочных и болтовых соединений на срез и смятие

Варианты заданий и исходные данные для расчета заклепочных и болтовых соединений на срез и смятие приведены в таблице 4.1. Студенту предлагается выполнить каждое контрольное задание.

Примеры выполнения контрольного задания не входят ни в один из вариантов и не могут быть представлены в качестве выполненной работы.

В конце каждого расчета следует записать результат расчета, например:

$$[\tau]_{\text{ср}} = \frac{K_{\text{гс}}}{\text{см}^2} \geq \tau_{\text{ср}} = \frac{K_{\text{гс}}}{\text{см}^2}.$$

Условие прочности на срез выполняется.

$$[\sigma]_{\text{см}} = \frac{K_{\text{гс}}}{\text{см}^2} \geq \sigma_{\text{см}} = \frac{K_{\text{гс}}}{\text{см}^2}.$$

Условие прочности на срез и смятие выполняется.

Если условия прочности на срез и на смятие не выполняются, уточнить данные и повторить расчет.

Диаметр заклепки принять с округлением до целого числа в большую сторону $d = \quad$ мм.

При выполнении расчетов на срез и смятие допускаемые напряжения определять аналогично показанным в примерах расчета заклепочных и болтовых соединений. Допускаемое напряжение $[\sigma]$ принимать по табличному значению для соответствующего варианта.

4.9.1. Пример 1. Определить необходимое число заклёпок диаметром $d=1,2$ см для соединения “внахлёт” двух пластин толщиной $t=0,8$ см и шириной $b=10$ см, если известно, что нормальные напряжения в растянутой полосе $\sigma = 150$ МПа и назначенное касательное напряжение на срез $\tau_{adm} = 100$ МПа.

Решение.

Если в растянутой пластине напряжения известны, то вызывавшая их сила, определится как:

$$P = \sigma \cdot A_{пл} = \sigma \cdot b \cdot t.$$

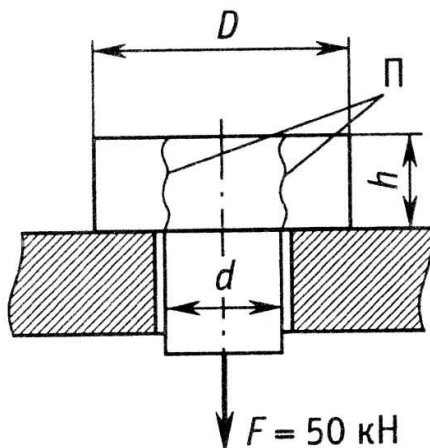
$$P = 150 \text{ МПа} \cdot (10 \cdot 0,8) \text{ см}^2 = 1,5 \cdot 10^4 \text{ Н/см}^2 \cdot 8 \text{ см}^2 = 120 \text{ кН}.$$

Эта сила будет срезающей для односрезных заклёпок при $n_s = 1$, число которых определяется формулой:

$$n \geq \frac{P}{n_s \frac{\pi d^2}{4} \tau_{adm}} = \frac{120 \cdot 10^3 \text{ Н}}{1 \frac{3,14 \cdot 1,2^2}{4} \text{ см}^2 \cdot 100 \cdot 10^2 \frac{\text{Н}}{\text{см}^2}} = 10,6.$$

Число заклёпок для обеспечения прочности соединения на срез принято $n = 11$ шт.

4.9.2. Пример 2. Определить из условия прочности размеры стержня и размеры головки болта при допускаемых напряжениях при растяжении $[\sigma] = 160$ МПа, срезе $[\tau] = 80$ МПа и смятии $[\sigma_{см}] = 170$ МПа .



Решение. Диаметр d стержня определим из условия прочности при растяжении

$$\sigma = \frac{F}{A} \leq [\sigma] \text{ или } \sigma = \frac{4F}{\pi d^2} \leq [\sigma],$$

откуда:

$$d \geq \sqrt{\frac{4F}{\pi[\sigma]}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 50 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 160 \cdot 10^6}} = 19,9 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 19,9 \text{ мм.}$$

Принимаем $d=20$ мм.

Высоту головки стержня определяем из условия ее прочности при срезе

$$\tau = \frac{F}{A} \leq [\tau].$$

Если прочность головки стержня окажется недостаточной, она срежется по поверхности цилиндра диаметром d и высотой h . Образующие поверхности среза Π показаны на рисунке волнистыми линиями.

Подставив в условие прочности выражение для площади среза, получим:

$$\tau = \frac{P}{\pi dh} \leq [\tau],$$

откуда:

$$h \geq \frac{P}{A_{\text{см}}} = \frac{50 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot 80 \cdot 10^6} = 9,95 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 9,95 \text{ мм.}$$

Принимаем высоту головки болта $h=10$ мм.

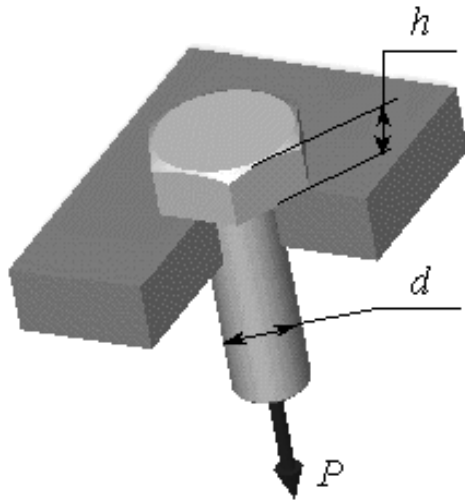
Действующую силу P воспринимает опорная кольцевая поверхность головки стержня. Диаметр D головки стержня определяем из условия прочности опорной поверхности головки при смятии:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{P}{A_{\text{см}}} \leq [\sigma_{\text{см}}] \text{ или } \sigma_{\text{см}} = \frac{4P}{\pi(D^2 - d^2)} \leq [\sigma_{\text{см}}],$$

откуда:
$$D \geq \sqrt{\frac{4P}{\pi[\sigma_{\text{см}}]} + d^2} = \sqrt{\frac{4 \cdot 50 \cdot 10^3}{3,14 \cdot 170 \cdot 10^6} + 20^2 \cdot 10^{-6}} = 27,8 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 27,8 \text{ мм.}$$

Принимаем $D=28$ мм. Диаметр D следует увеличивать в большую сторону и определить размер стандартного гаечного ключа.

4.9.3. Пример 3. Обосновать соотношение между диаметром d и высотой головки h болта (рисунок 5.26), если $[\tau] = 0,6[\sigma]$.



Решение. Срез головки болта происходит по цилиндрической поверхности $F_{ср} = \pi dh$.

Условие прочности на срез имеет вид:

$$\tau = \frac{Q}{F_{ср}} = \frac{P}{\pi dh} \leq [\tau].$$

Условие прочности на растяжение стержня болта имеет вид:

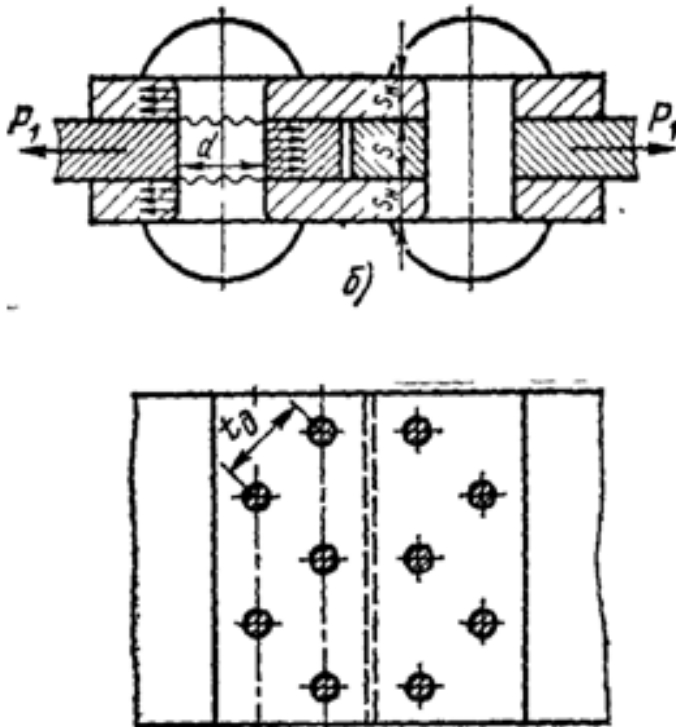
$$\sigma = \frac{N}{F} = \frac{4 \cdot P}{\pi d^2} \leq [\sigma].$$

Предельное отношение касательных и нормальных напряжений определяет искомое соотношение между высотой головки болта и его диаметром:

$$\frac{\tau}{\sigma} = \frac{\pi \cdot d^2}{4 \cdot \pi \cdot d \cdot h} = \frac{d}{4 \cdot h} = \frac{[\tau]}{[\sigma]} = 0,6; \quad \frac{d}{h} = 2,4.$$

4.9.4. Пример 4. Спроектировать многорядное двухсрезное заклепочное соединение с двумя накладками, как показано на рисунке, в том числе:

- рассчитать условие прочности заклепочного соединения на срез и смятие;
- рассчитать условие прочности пластин по нормальным напряжениям;



- рассчитать условие прочности пластин и накладок при ослаблении отверстиями под заклепки. Толщину каждой накладки принять $S_H = 0,5S$;
- определить расстояния между заклепками в рядах и расстояния между краями пластин и заклепками;
- определить ширину и пластин из условий прочности на срез, смятие и разрывное усилие в пластинах.

Решение. Определить диаметр одной заклепки на срез и смятие, применив формулы:

$$\tau = \frac{P}{A_{\text{ср}}} = \frac{P}{n_{\text{ср}} \cdot n_s \frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau]$$

где n_s - число плоскостей среза одной заклепки;

$n_{\text{ср}}$ - число заклепок из условия на срез.

Определить количество заклепок по условиям среза:

$$n_{\text{ср}} \geq \frac{P}{n_s \frac{\pi d^2}{4} [\tau]}.$$

Определить количество заклепок по условиям смятия:

$$n_{\text{см}} \geq \frac{P}{td[\sigma_{\text{см}}]}.$$

Расчетное количество заклепок принять:

$$n = \max(n_{\text{ср}}; n_{\text{см}}).$$

Условие прочности пластины при ослаблении отверстиями под заклепки:

$$\sigma = \frac{P}{A_{\text{н}}} \leq [\sigma],$$

Площадь сечения пластины нетто в месте отверстий под заклепки:

$$A_{\text{н}} = (b - m \cdot d) \cdot t.$$

где b – ширина пластины;

t – толщина пластины;

d – диаметр отверстия под заклепку или болт;

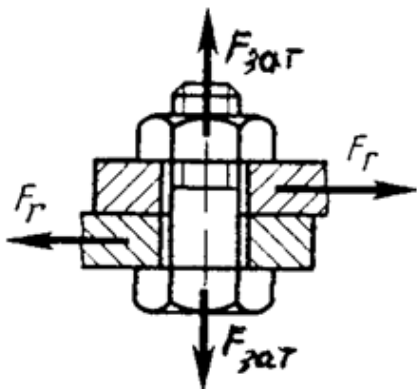
m – число отверстий, попадающих в сечение (в нашем случае – два).

Определить площадь полного сечения пластины брутто:

$$A_{\text{бр}} = b \cdot t.$$

Показать результат расчета и выводы.

4.9.5. Пример 5. Рассчитать на срез болт, нагруженный поперечной силой.



Вариант 1. Болт поставлен с зазором. При этом внешнюю нагрузку уравнивают силами трения в стыке, которые образуются от затяжки болта:

$$F_r \leq F_{\text{мп}} = F_{\text{зам}} \cdot f$$

Во избежание случайного сдвига деталей, вводят коэффициент k запаса сцепления (значение $k=1,2 \dots 2,0$). Тогда требуемая сила затяжки:

$$F_{\text{заг}} = k \cdot F_r / f,$$

где f - коэффициент трения в стыке.

Прочность болта оценить по эквивалентному напряжению:

$$\sigma = 1,3 F_{зам} \cdot 4 / \pi d_1^2 \leq [\sigma]$$

Для проектировочного расчета:

$$d_1 \geq \sqrt{1,3 k \cdot 4 \cdot F_r / \pi f \cdot [\sigma]}$$

Вариант 2. Болт установлен без зазора. В этом случае отверстие калибруют разверткой, а диаметр стержня болта выполняют с допуском, обеспечивающим посадку без зазора. Такой болт рассчитывают на срез стержня: $\tau_{ср} = 4 F_r / \pi d_0^2 \leq [\tau_{ср}]$;

Откуда диаметр болта:

$$d_0 \geq \sqrt{4 F_r / \pi [\tau]_{ср}}$$

Поперечная сила F_r вызывает также смятие на поверхностях контакта болтов со стенками отверстий.

Таблица 4.1 - Варианты контрольных заданий для расчета прочности заклепочного и болтового соединения

Вариант	Толщина пластины	Усилие среза	Коэффициент трения в стыке	Допускаемые напряжения
	S , мм	P или F , Кгс	f	$[\sigma]$, Кгс/см ²
1	15	2000	0,1	1500
2	20	2500	0,05	1200
3	25	3000	0,2	1300
4	30	3500	0,15	1700
5	15	4000	0,1	1600
6	20	4500	0,05	1400
7	25	5000	0,2	1500
8	15	5000	0,15	1200
9	20	4500	0,1	1300
10	25	4000	0,05	1700
11	30	3500	0,2	1600
12	15	3000	0,15	1400
13	20	2500	0,1	1500
14	25	2000	0,05	1200
15	15	3000	0,2	1300
16	20	4000	0,15	1700
17	25	4500	0,1	1600
18	30	5000	0,05	1400
19	15	6000	0,2	1500
20	20	6500	0,15	1200
21	25	7000	0,2	1300
22	20	2500	0,05	1200
23	25	3000	0,2	1300
24	30	3500	0,15	1700
25	15	4200	0,1	1600
26	20	4300	0,05	1400
27	25	5100	0,2	1500
28	15	5500	0,15	1200
29	20	4400	0,1	1300
30	25	4700	0,05	1700

4.10. Контрольные вопросы для самопроверки знаний по заклепочным и болтовым соединениям

1. Назовите достоинства и недостатки резьбовых соединений.
2. Что является основным критерием работоспособности резьбовых соединений?
3. Какие напряжения возникают в стержне болта, в теле гайки, в витках резьбы?
4. Какие соединения деталей называют заклепочными?
5. Какие напряжения возникают в заклепках заклепочного шва?
6. Где происходит срез в нагруженном заклепочном соединении?
7. Как определить деталь заклепочного соединения, которая подвергается наибольшей опасности смятия?
8. Как выражается расчетная площадь смятия для контакта деталей по цилиндрической поверхности?
9. Какие допущения принимаются при расчете на срез заклепочных соединений?
10. Какие допущения принимаются при расчете на смятие заклепочных соединений?
11. Как вычислить значение напряжения смятия?
12. По каким условиям прочности рассчитывают заклепочные соединения?
13. Сформулируйте условие прочности при срезе заклепочного соединения!
14. Сформулируйте условие прочности при смятии заклепочного соединения!
15. Почему при расчете на прочность заклепочного соединения имеет важное значение диаметр отверстия, а не только диаметр заклепки?

5. РАСЧЕТ ПРОЧНОСТИ СВАРНЫХ СОЕДИНЕНИЙ

5.1. Краткие теоретические сведения

Сварные соединения имеют ряд преимуществ перед заклепочными соединениями, из которых важнейшими являются меньшая трудоемкость сварочных работ и отсутствие ослабления сечений соединяемых элементов отверстиями. По надежности они не уступают заклепочным при действии как статических, так и динамических нагрузок (в том числе ударных и знакопеременных). Это дает значительную экономию средств и металла, помимо экономии, получаемой за счет большей компактности соединений.

Методы расчета сварных соединений тесно связаны с технологией сварки, причем для многих видов соединений расчет носит весьма условный характер. Вообще методику расчета сварных соединений нельзя еще считать установившейся.

Что касается норм допускаемых напряжений для материала швов, то они принимаются различными в зависимости от способа сварки (ручная и автоматическая), а также от состава и толщины защитной обмазки электродов.

В таблице 5.1 приведены допускаемые напряжения для сварных швов в конструкциях из стали марки Ст. 3 для ручной электродуговой сварки.

При проверке прочности сварных швов учитывается возможный непровар в начале шва и образование кратера в конце. Поэтому расчетная длина шва принимается меньшей, чем действительная или проектная на 10 мм.

5.2. Расчет стыковых сварных швов

Наиболее простым и надежным сварным соединением, является соединение пластин встык. Типы стыковых швов в зависимости от толщины соединяемых элементов показаны на рисунке 5.1:

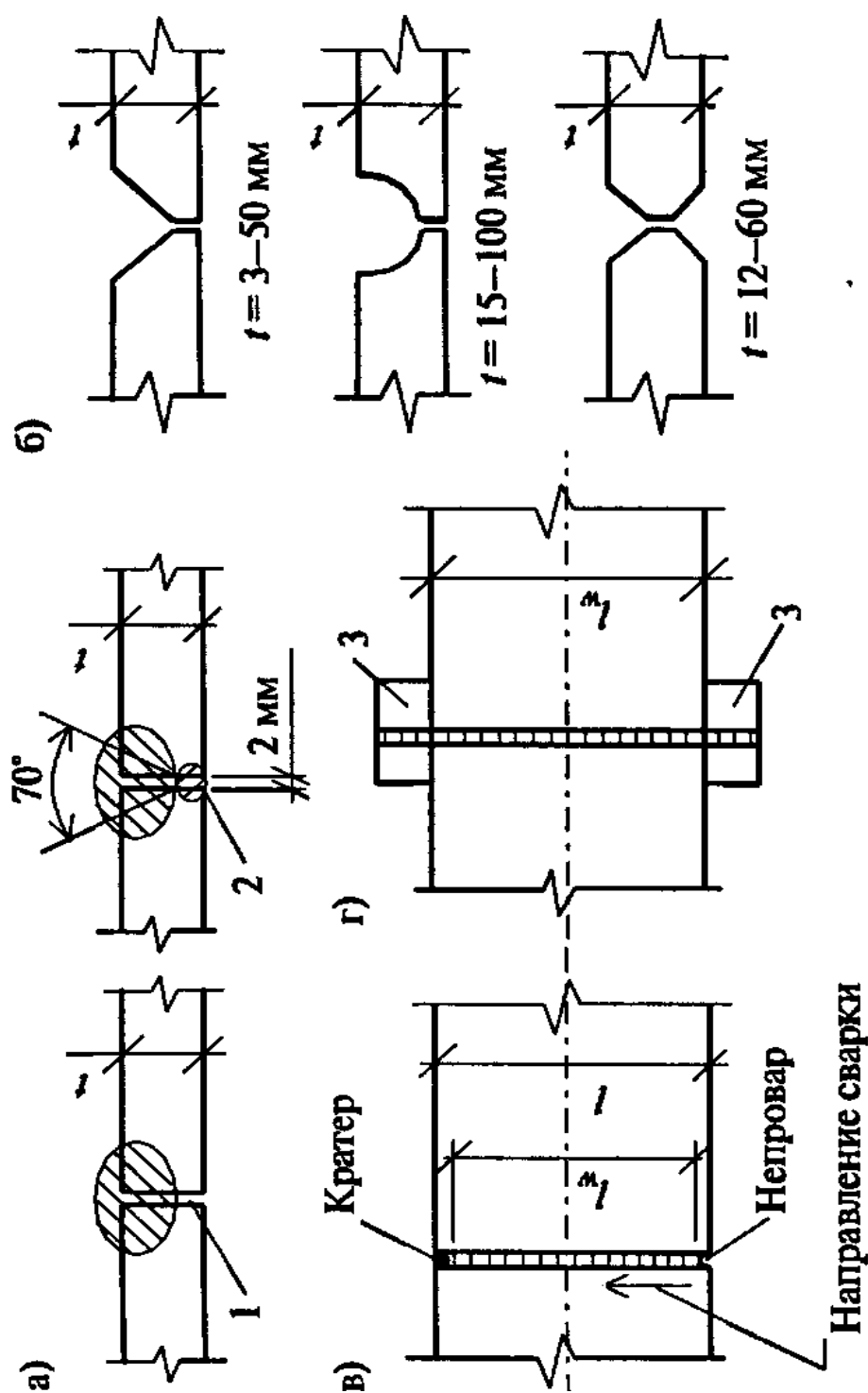


Рисунок 5.1 - Типы стыковых швов в зависимости от толщины соединяемых элементов

а) – без разделки кромок с односторонним и двухсторонним сварным швом с зазором 1, подварным швом 2; б) – формы разделки кромок в зависимости от толщины свариваемых листов; в) – расчетная длина шва принимается с учетом непровара и кратера; г) – расчетная длина принимается равной длине свариваемых пластин при установке дополнительных пластин 3, срезаемых после сварки.

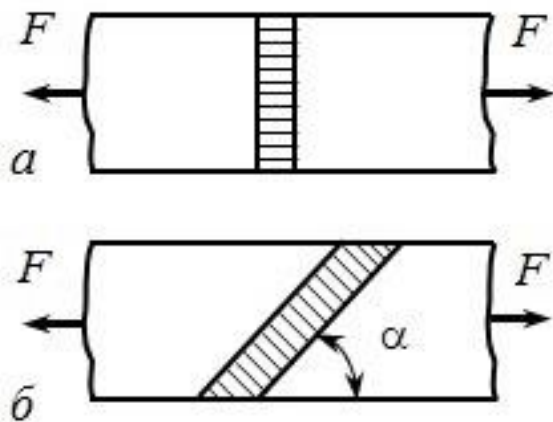


Рисунок 5.2 – Соединение пластин встык:

а) – под прямым углом относительно действующей нагрузки;

б) – под косым углом относительно действующей нагрузки.

Соединение пластин встык выполняют под прямым углом относительно действующей нагрузки (рисунок 5.2 а).

Поскольку допускаемое напряжение для сварного шва меньше, чем для основного металла, стремятся к увеличению длины сварного шва и выполняют его под косым углом относительно действующей нагрузки (рисунок 5.2 б).

Если учесть, что, вследствие укорочения швов при остывании, в зоне сварки возникают дополнительные напряжения и в основном металле, ведущие к переходу его в хрупкое состояние, то следует иметь в виду, что концентрация напряжений может явиться причиной появления трещин в основном металле соединения.

Поэтому такое соединение не может быть рекомендовано, особенно при переменной или ударной нагрузке. Значительно надежнее работа соединения встык без накладок.

Как установлено опытом, наиболее рациональным углом наклона шва к линии действия сил является $45^\circ \div 50^\circ$. Недостатком соединения косым швом является неудобство центровки стыкуемых элементов при сварке, поэтому его применяют редко.

5.2.1. **Пример 1.** Рисунок 5.3. Расчет стыкового сварного шва на прочность по номинальному сечению соединяемых элементов без учета утолщения швов. Для расчета швов используются те же зависимости, что и для целых элементов. Напряжения растяжения (сжатия):

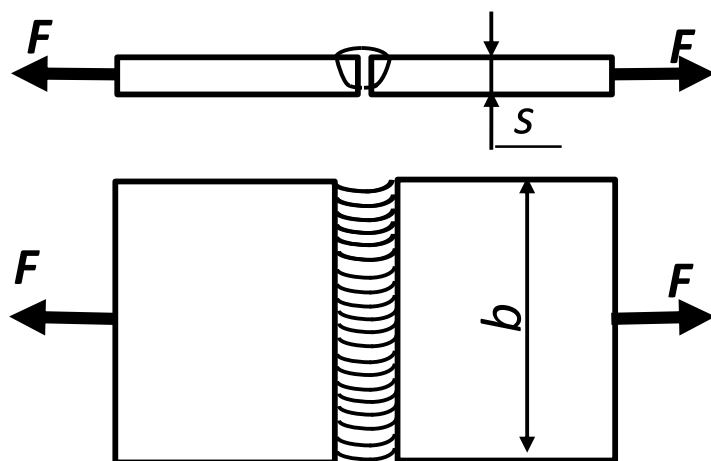


Рисунок 5.3 – Расчет стыкового сварного шва на прочность

Проверка прочности на растяжение или сжатие стыкового сварного шва проводится по формуле:

$$\sigma_{\pm} = \frac{F}{l_s} \leq [\sigma^1], \quad (5.1)$$

где $l_s = A_s$ — условная рабочая площадь сечения шва;

$l=b - 10$ мм - расчетная длина шва;

s - толщине свариваемых элементов;

h -высота шва. Принимается равной толщине свариваемых элементов s ;

$[\sigma^1]$ – допускаемое нормальное напряжение материала сварного шва.

5.2.2. Пример 2. Рисунок 5.2 б). Сварной шов под косым углом относительно действующей нагрузки. Проверка прочности косых швов проводится и по нормальным и по касательным напряжениям, возникающим по сечению шва mn :

$$\sigma_{\alpha} = \frac{F}{A_{\alpha}} \cdot \sin \alpha.$$

$$\tau_{\alpha} = \frac{F}{A_{\alpha}} \cdot \cos \alpha.$$

Имея в виду, что площадь сечения сварного шва $A_{\alpha} = lt$ получим:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\alpha} &= \frac{F}{ls} \cdot \sin \alpha \leq [\sigma_{\alpha}], \\ \tau_{\alpha} &= \frac{F}{ls} \cdot \cos \alpha \leq [\tau_{\alpha}] \end{aligned} \right\} \quad (5.2)$$

Здесь расчетная длина шва по техническим условиям принимается равной $l = b/\sin \alpha - 10$ мм.

5.2.3. Пример 3. Рисунок 5.4. Расчет стыкового сварного шва на прочность по номинальному сечению соединяемых элементов при действии силы и изгибающего момента в плоскости соединяемых элементов по одной или двум осям координат.

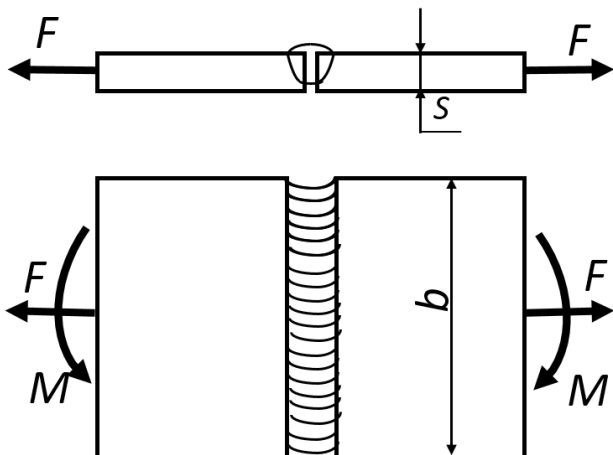


Рисунок 5.4 - Расчет стыкового сварного шва на прочность по номинальному сечению соединяемых элементов при действии силы и момента в одной плоскости пластин

Напряжения в плоскости соединяемых элементов зависит от продольной растягивающей (или сжимающей) силы и от изгибающего момента в плоскости соединяемых элементов:

$$\sigma_{\omega} = \frac{F}{b \cdot s} \pm \frac{M}{W}. \quad (5.3)$$

5.3. Расчет угловых сварных швов

5.3.1. Иногда листы соединяются внахлестку или встык с перекрытием накладками. Это вызывает необходимость сваривать листы, не лежащие в одной плоскости, что осуществляется при помощи так называемых валиковых (или угловых) швов — лобовых или торцевых (перпендикулярных к направлению действующей силы) и боковых или фланговых (параллельных ей).

5.3.2. На рисунке 5.5 в разрезе показано поперечное сечение углового сварного шва.

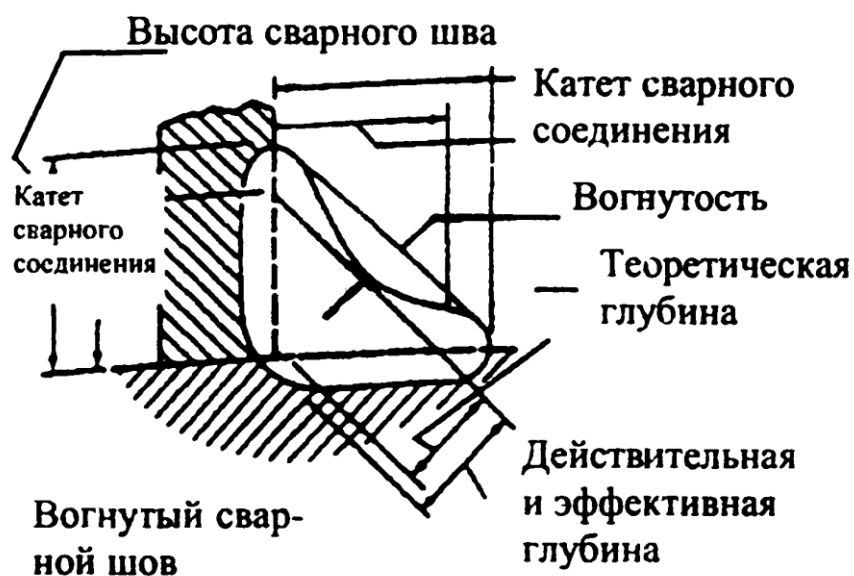


Рисунок 5.5 – Поперечное сечение валика углового сварного шва

Валиковый шов в сечении имеет довольно неопределенную форму, поэтому в расчетах на прочность сечение шва принимается в виде равнобедренного треугольника (очерченного пунктиром) с расчетной высотой, называемой катетом сварного шва.

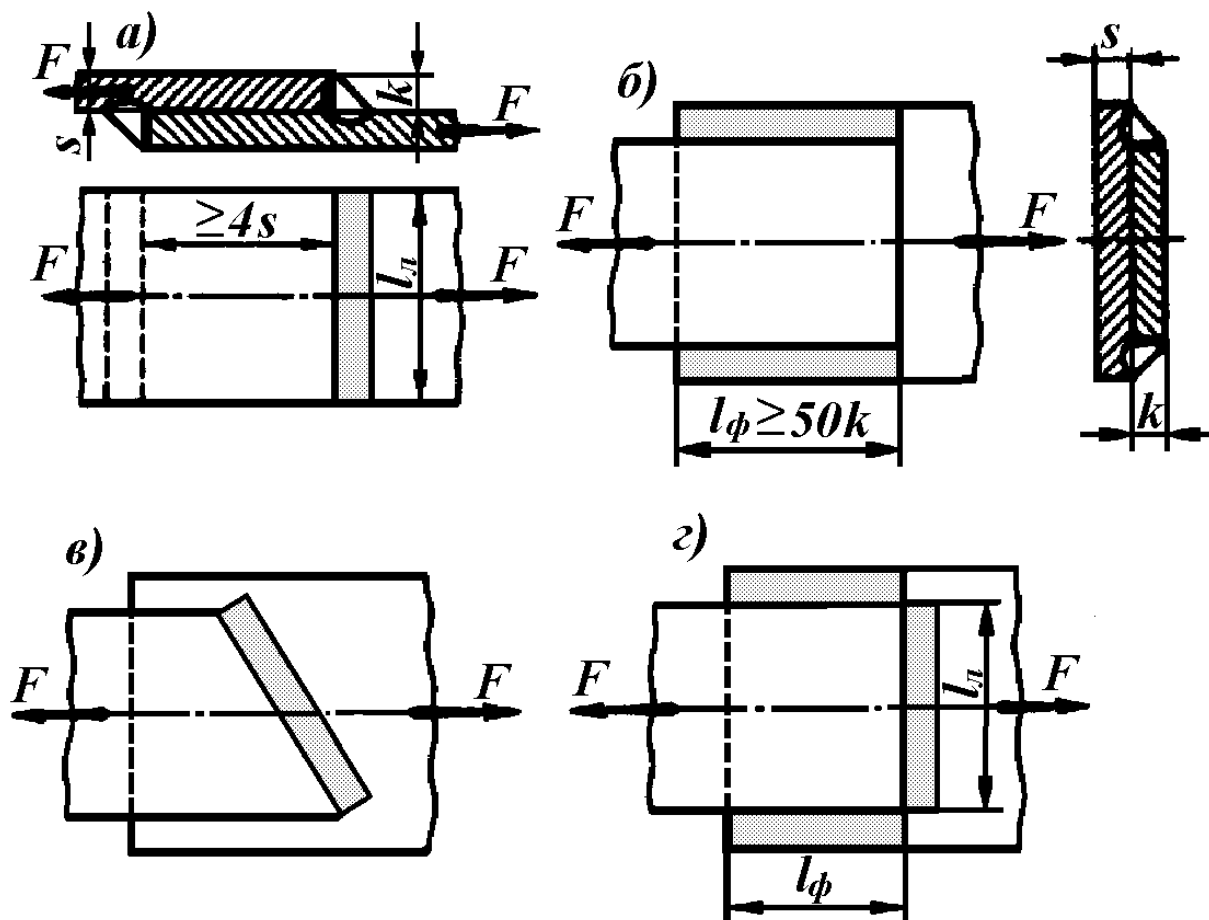


Рисунок 5.6 – Сварные соединения пластин внахлест:

- а) – лобовым сварным швом;
- б) – фланговым сварным швом;
- в) – косым сварным швом;
- г) – комбинированным сварным швом.

5.3.3. На рисунке 5.6 показаны сварные соединения внахлест торцовым, а), фланговым б), косым в) и комбинированным г) сварными швами.

5.4. Расчет лобового сварного соединения внахлест с перекрытием пластин

Разрушение лобовых (торцевых) швов происходит по наиболее слабому сечению, как это установлено опытами.

Площадь сечения торцевого сварного шва:

$$A_T = hl = s \cdot l \cdot \cos 45^\circ \approx 0,7s \cdot l,$$

расчетная длина сварного шва: $l = b - 10$ мм.

Условие прочности сварного шва:

$$\tau_{max} = \frac{P}{2 \cdot 0,7 \cdot s \cdot l} \leq [\tau^1]. \quad (5.3)$$

5.4.1. Разрушение угловых швов происходит по наименьшему сечению, совпадающему с биссектрисой прямого угла. Расчетная толщина шва $k \cdot \sin 45^\circ = 0,7k$. У лобового сварного соединения внахлест с перекрытием пластин угловой сварной шов испытывает сложное напряженное состояние. Однако в упрощенном расчете такой шов условно рассчитывают на срез по касательным напряжениям независимо от их расположения к направлению нагрузки.

5.4.2. **Пример 4.** Рисунок 5.7. Расчет лобового сварного шва на прочность от продольной растягивающей (или сжимающей) силы выполняется на срез:

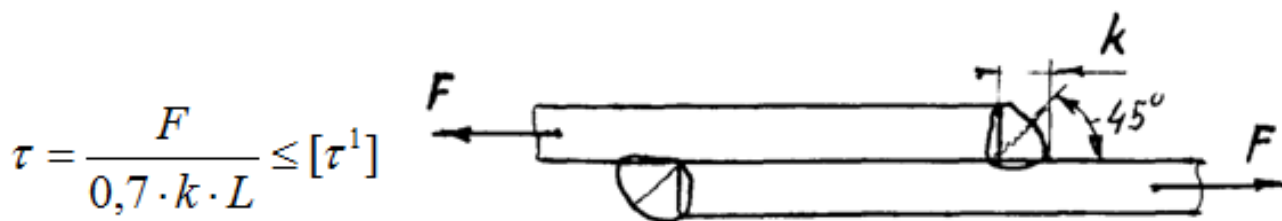


Рисунок 5.7 - Расчет лобового сварного шва на прочность от продольной растягивающей (или сжимающей) силы

где L - общая длина шва, выполненного с двух сторон пластин.

5.5. Расчет флангового сварного соединения внахлест

Материал флангового сварного шва в действительности, испытывает сложное напряженное состояние, причем напряжения по его сечению распределяются неравномерно. Исследования методами теории упругости, подтвержденные экспериментально, показали, что в углах шва имеет место высокая концентрация напряжений.

Как показали опыты, разрушение фланговых швов происходит по типу разрушений пластичных материалов со значительными остаточными деформациями. Это делает работу фланговых швов более благоприятной, чем работу лобовых швов. Однако следует иметь в виду, что у концов фланговых швов также имеет место высокая концентрация напряжений.

5.5.1. На рисунке 5.8 показано распределение нормальных напряжений по сечению пластин и касательных напряжений по

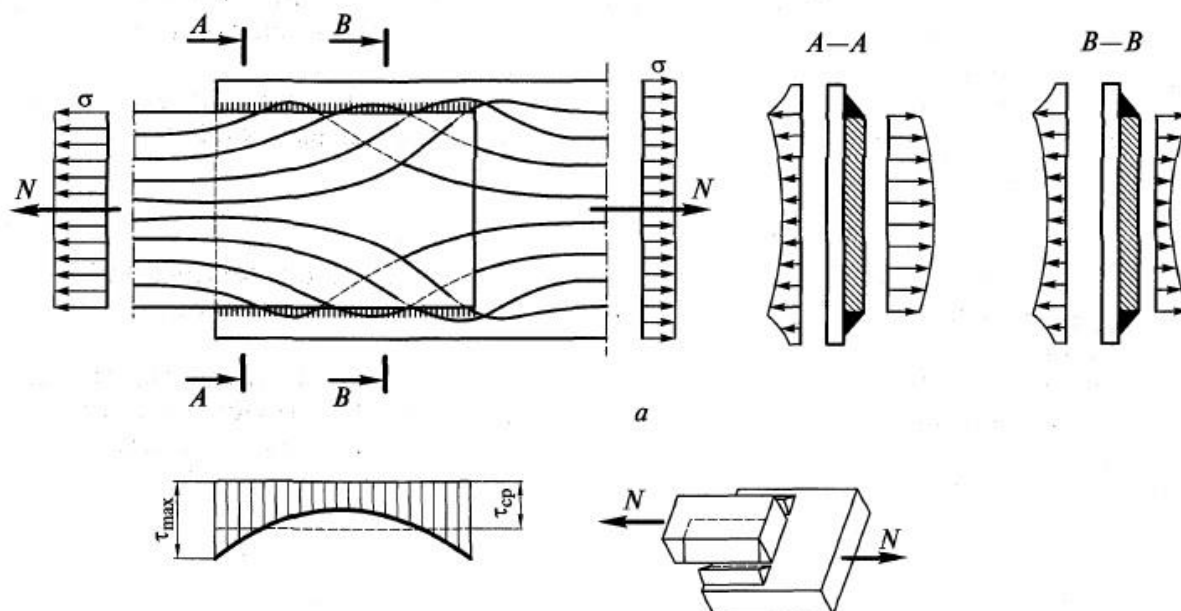


Рисунок 5.8 – Распределение нормальных напряжений по сечению пластин и касательных напряжений по длине фланговых швов в сечениях A-A и B-B

длине фланговых швов в сечениях А-А и В-В. Разрушение шва происходит на значительном его протяжении путем срезывания наплавленного металла в направлении, параллельном шву по наиболее слабой плоскости.

5.5.2. Пример 5. На рисунке 5.9 показано распределение касательных напряжений по длине сварного соединения фланговыми (или боковыми) швами.

Рассчитать условие прочности для двух симметрично расположенных фланговых швов, которое имеет вид:

$$\tau_{max} = \frac{F}{2 \cdot 0,7 \cdot s \cdot l} \leq [\tau^1]. \quad (5.4)$$

Определить необходимую расчетную длину l фланговых швов. Проектная же длина каждого шва принимается равной $l_0 = l + 10$ мм.

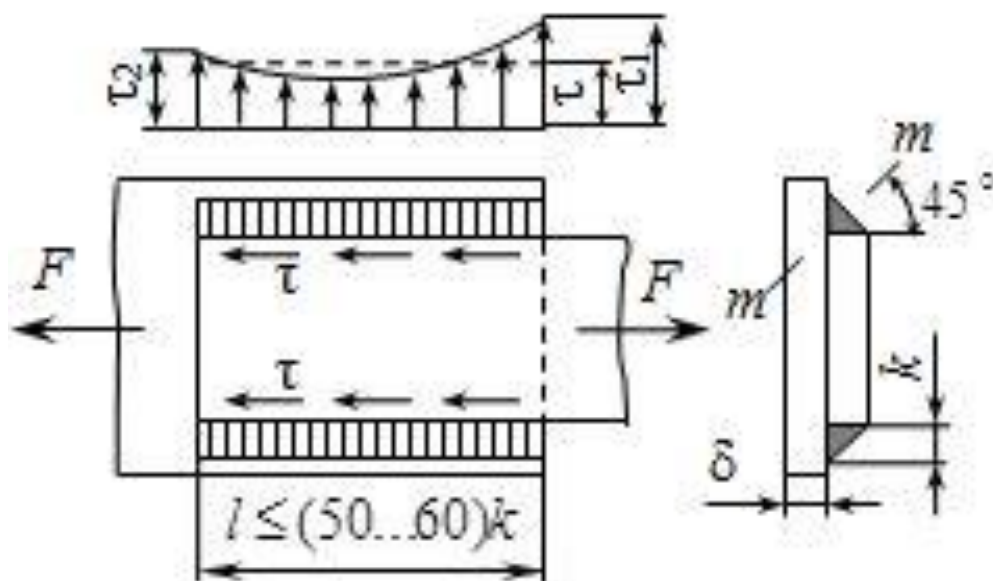


Рисунок 5.9 – Распределение касательных напряжений по длине фланговых швов

5.5.3. Пример 6. Расчет комбинированного сварного шва, показанного на рисунке 5.6 а).

При одновременном применении лобовых и фланговых швов считают, что сопротивление соединения равно сумме сопротивлений всех швов. Для лобового (торцевого) сварного шва условие прочности:

$$\tau_{\max \tau} = \frac{F_{\tau}}{0,7 \cdot s \cdot l_{\tau}} \leq [\tau^1]. \quad (5.5)$$

Для двух фланговых (боковых) сварных швов условие прочности:

$$\tau_{\max \phi} = \frac{F_{\phi}}{2 \cdot 0,7 \cdot s \cdot l_{\phi}} \leq [\tau^1]. \quad (5.6)$$

Суммарное касательное напряжение составит:

$$\tau_{\max} = \tau_{\max \tau} + \tau_{\max \phi} \leq [\tau^1].$$

Суммарное усилие, воспринимаемое сварными швами, составит:

$$F = F_{\tau} + F_{\phi},$$

где сопротивление (лобового) сварного шва при расчетной длине l_{τ} равно:

$$F_{\tau} = 0,7t \cdot l_{\tau}[\tau^1],$$

а сопротивление двух фланговых швов:

$$F_{\phi} = 2 \cdot 0,7t \cdot l_{\phi}[\tau^1],$$

причем $l_{\tau} = b$, где b — ширина накладки.

В результате подстановки получаем:

$$F = (0,7 \cdot s \cdot l_{\tau} + 1,4 \cdot s \cdot l_{\phi})[\tau^1]. \quad (5.7)$$

Зная длину торцевого шва, определяют длину фланговых швов l_{ϕ} . При двухсторонних накладках число швов удваивается, т. е. правую часть полученного соотношения следует удвоить.

Так как торцевые швы более жестки, то при совместной работе с фланговыми они перегружаются, что ведет к неравномерной работе соединения. Если учесть, что в таком соединении и термические напряжения достигают больших значений, то устройства такого стыка следует избегать.

5.5.4. Пример 7. Расчет флангового сварного шва, усиленного прорезным сварным швом, как показано на рисунке 5.11.

Недостатками соединения с прорезными швами являются:

1) ослабление сечения прорезами вследствие неизбежного непровара;

2) высокая концентрация напряжений в основном металле в зоне сварки, ведущая к появлению трещин около углов прорезного шва; поэтому такое соединение может применяться лишь в крайних случаях, при условии хорошо продуманной технологии сварочных работ.

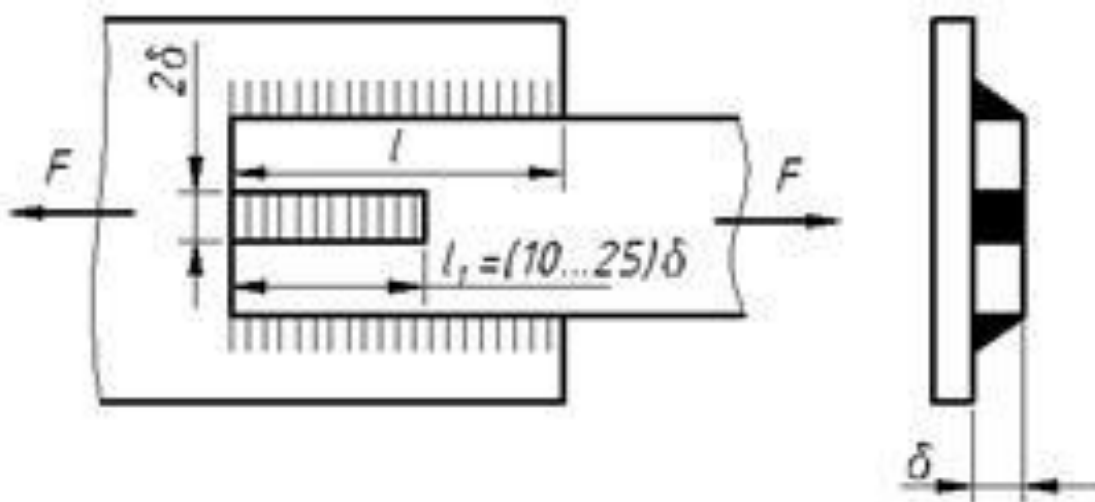


Рисунок 5.11 – Расчет флангового сварного шва, усиленного прорезным сварным швом

Однако, фланговые сварные швы, усиленные прорезным сварным швом, применяются, поэтому следует их рассмотреть.

Прорезной шов осуществляют путем наплавки металла в узкую прорезь, сделанную в одном из соединяемых элементов параллельно действующему на сварное соединение усилию.

Для двух фланговых (боковых) сварных швов условие прочности:

$$\tau_{\max \phi} = \frac{F_{\phi}}{2 \cdot 0,7 \cdot s \cdot l_{\phi}} \leq [\tau^1]. \quad (5.8)$$

Для прорезного сварного шва условие прочности:

$$\tau_{\max \Pi} = \frac{F_{\Pi}}{0,7 \cdot s \cdot l_{\Pi}} \leq [\tau^1]. \quad (5.9)$$

Суммарное касательное напряжение составит:

$$\tau_{\max} = \tau_{\max \tau} + \tau_{\max \phi} \leq [\tau^1].$$

При длине прорезного шва l_{Π} и ширине прорези δ сопротивление такого шва срезу равно:

$$F_{\Pi} = [\tau^1] l_{\Pi} s, \quad (5.10)$$

где F_{Π} — усилие, приходящееся на прорезной шов.

Для записи расчетного условия принимают:

$$F = F_{\phi} + F_{\Pi} \text{ или:} \\ F = (2 \cdot 0,7 \cdot s \cdot l_{\phi} + l_{\Pi} \cdot s) [\tau^1]. \quad (5.11)$$

Задавшись размерами одного из швов (обычно флангового), находят необходимую длину прорезного шва. При этом ширина прорези δ принимается равной двойной толщине прорезанного металла, длина — не более двадцати толщин.

5.5.5. Пример 8. Расчет прочности сварного шва при одновременном действии продольной силы F и поперечной силы P , отстоящей от сварного шва, или момента M , как показано на рисунке 5.12, выполняют по касательным напряжениям в сечении сварного шва. При этом следует учитывать их одновременное воздействие

продольной силы F и поперечной силы P , отстоящей от сварного шва, или момента M .

Напряжения в сварном шве от продольной силы в плоскости соединяемых элементов определяются формулой:

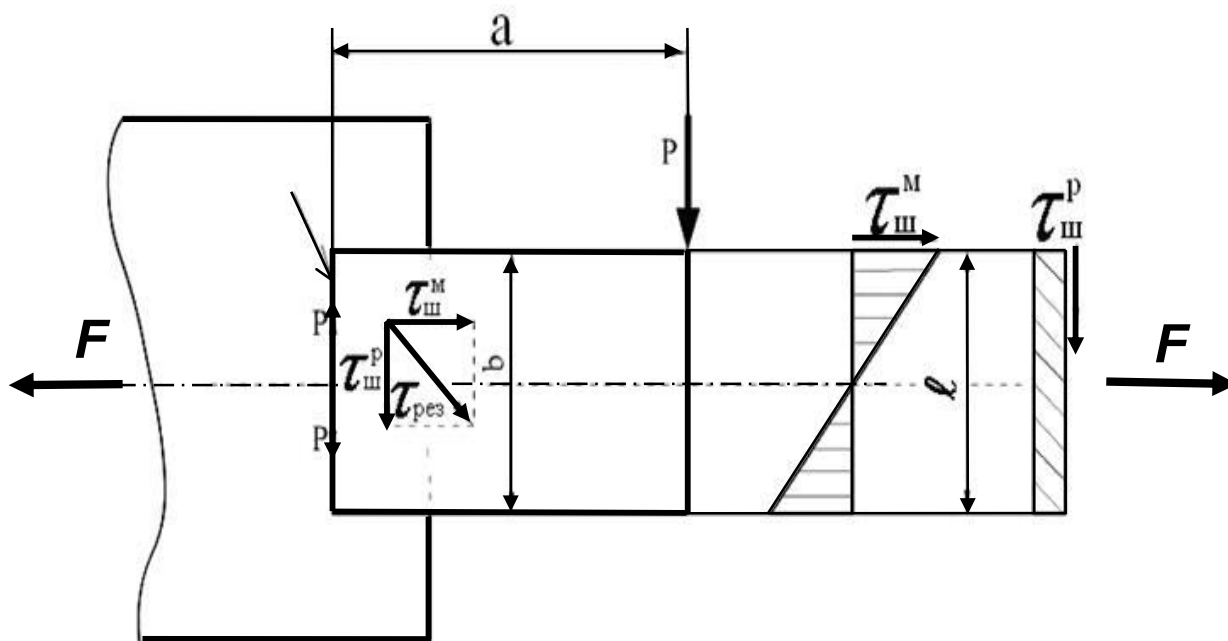


Рисунок 5.12 – Распределение касательных напряжений по сечению пластин при действии момента

$$\tau_{max_F} = \frac{F}{0,7 \cdot s \cdot l} \leq [\tau^1]. \quad (5.12)$$

Напряжения от изгибающего момента в плоскости соединяемых элементов определяются формулой:

$$\tau_{max_\varepsilon} = \frac{P \cdot a}{W} \leq [\tau^1]. \quad (5.13)$$

где W – момент сопротивления сварного шва.

Момент сопротивления сварного шва:

$$W = \frac{0,7k \cdot l^2}{6}, \quad (5.14)$$

где $0,7k$ – расчетная толщина сварного шва в наиболее опасном сечении. Принимают равным толщине накладной пластины, или наименьшей толщине свариваемых листов $k = s$.

Суммарная величина напряжений составит:

$$\tau_{max_F} + \tau_{max_\varepsilon} = \frac{F}{0,7 \cdot s \cdot l} \pm \frac{P \cdot a}{W} \leq [\tau^1]. \quad (5.15)$$

5.6. Расчет таврового сварного соединения

При соединении тавровым сварным швом расчет выполняется на срез (условный) по двум сечениям (рисунок 5.13): по металлу шва (вдоль линии 1) и по металлу границы сплавления (вдоль линии 2). Тавровые сварные швы, как и все угловые, рассчитывают по касательным напряжениям. Вдоль линии 1 условие прочности записывается в виде:

$$\tau_1 = \frac{F}{l_w \beta_f k_{f1}} \leq [\tau^1], \quad (5.16)$$

а вдоль линии 2 в виде:

$$\tau_2 = \frac{F}{l_w \beta_z k_{f2}} \leq [\tau^1], \quad (5.17)$$

где l_w – расчетная длина шва, принимаемая меньше его полной длины на 1 см;

β_f и β_z – коэффициенты, зависящие от прочности материала свариваемых элементов, вида сварки и принимаемые от 0,7 до 1,15.

Из двух длин l_w , рассчитанных по формулам (5.16) и (5.17), выбирается наибольшая.

Расчетная длина может быть разделена на несколько частей в зависимости от конструктивных особенностей соединения. В таких случаях с учетом непровара к длине каждой части добавляется по 1 см на каждый конец.

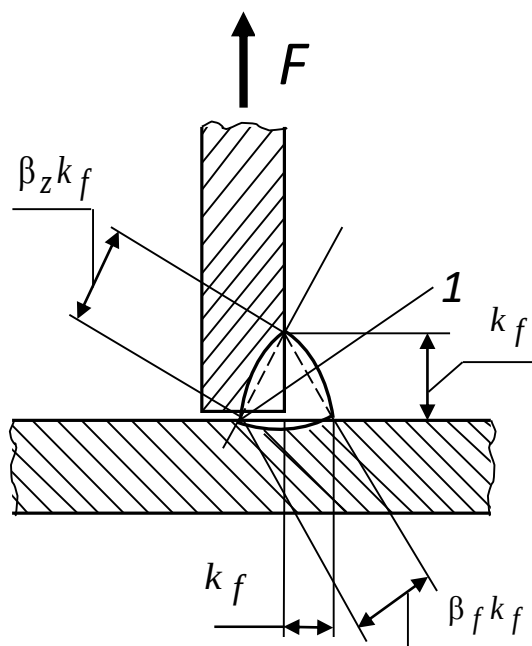


Рисунок 5.13 – Тавровое соединение односторонним сварным швом

Максимальное касательное напряжение определяется из условия:

$$\tau_{max} = \max(\tau_1; \tau_2) \leq [\tau^1]. \quad (5.18)$$

Фактическая длина сварного шва будет соответствовать:

$$l_{\phi} = H - 10 \text{ мм.}$$

Или, зная ширину пластины, можно определить расчетную длину сварного шва.

5.6.1. Пример 9. Расчет прочности таврового сварного шва соединения пластин, расположенных относительно друг друга под прямым углом без скоса кромок, как показано на рисунке 5.13. Рас-

четный момент сопротивления (задан по таблице 5.2), действующий в плоскости пластины, выражается через параметры опасных сечений сварного шва и определяется аналогично (5.14):

$$W = \frac{0,7k \cdot l_w^2}{6}, \quad (5.20)$$

где l_w – расчетная длина сварного шва, принимаемая меньше его полной длины на 10 мм.

Ширина пластины определяется из условия, что она должна быть больше длины сварного шва на 10 мм:

$$H = l_w + 10 \text{ мм.}$$

Или, зная ширину пластины, можно определить расчетную длину сварного шва.

Если сварной шов двухсторонний, то расчетный момент сопротивления принимается в два раза выше:

$$W_{\text{св}} = 2 \frac{0,7k \cdot l_w^2}{6}. \quad (5.21)$$

Если к сварному шву приложен изгибающий момент, то максимальные касательные напряжения:

$$\tau_{\text{max}} = \frac{M_{\text{и}}}{W_{\text{св}}} \leq [\tau^1]. \quad (5.22)$$

5.6.2. Пример 10. Штанга буровой установки (Рисунок 5.14) нагружена осевой силой $F = 200$ кН и крутящим моментом $T = 500$ Н·м.

Выполнить проверочный расчет стыкового соединения буровой штанги, если фланец и труба изготовлены из стали 15ГС; сварка ручная, электродами типа Э50; $D = 200$ мм; $s = 8$ мм. Допускаемое напряжение для сварного шва $[\sigma^1] = 220$ МПа.

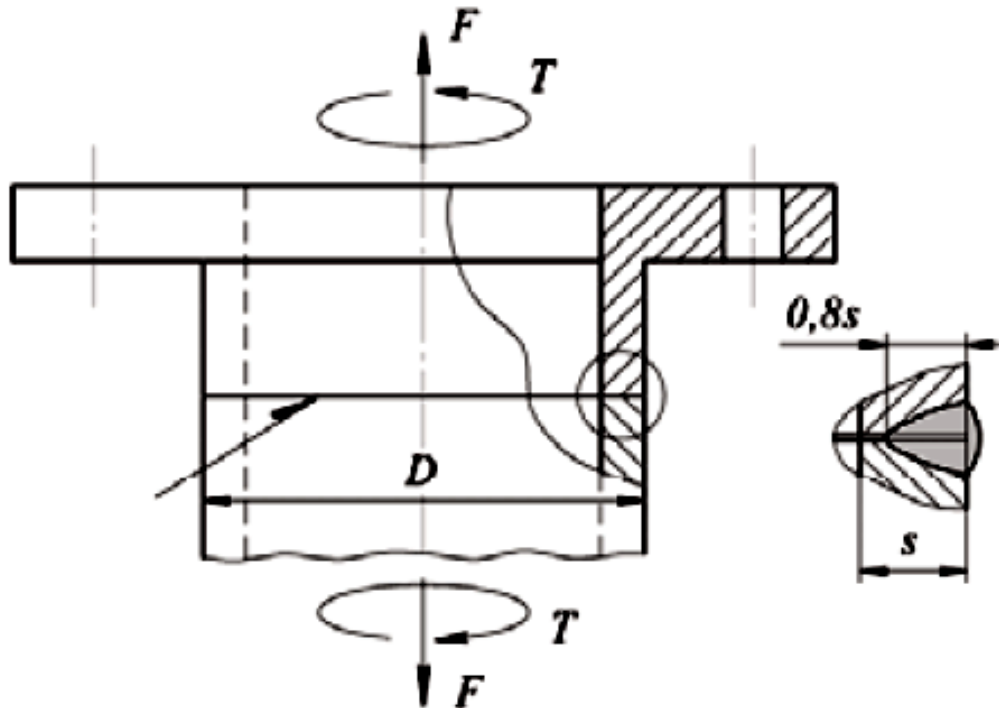


Рисунок 5.14 - Сварное соединение встык трубы и фланца штанги буровой установки

Решение.

В сварном шве возникают:

а) нормальные напряжения в сварном шве от осевой силы F :

$$\sigma^1 = \frac{F}{A_{\text{ш}}}.$$

где $A_{\text{ш}}$ – площадь сварного шва:

$$\begin{aligned} A_{\text{ш}} &= \pi \cdot (D - 0,8 \cdot s) \cdot 0,8 \cdot s = \\ &= 3,14 \cdot (200 - 0,8 \cdot 8) \cdot 0,8 \cdot 8 = 3891 \text{ мм}^2. \end{aligned}$$

Нормальные напряжения от осевой силы:

$$\sigma^1 = \frac{F}{A_{\text{ш}}} = \frac{200 \cdot 10^3}{3891} = 51,4 \text{ МПа}.$$

б) касательные напряжения в сварном шве от вращающего момента T :

$$\tau^1 = \frac{T}{W_p}$$

где W_p - полярный момент инерции сечения сварного шва, равный:

$$W_p = \frac{\pi \cdot D^3}{16} - \frac{\pi \cdot (D - 0,8 \cdot 2 \cdot s)^3}{16} =$$

$$W_p = \frac{3,14 \cdot 200^3}{16} - \frac{3,14 \cdot (200 - 0,8 \cdot 2 \cdot 8)^3}{16} = 3,65 \cdot 10^5 \text{ мм}^3.$$

Касательные напряжения в сварном шве от вращающего момента

$$\tau^1 = \frac{T}{W_p} = \frac{500 \cdot 10^3}{3,65 \cdot 10^5} = 1,4 \text{ МПа}$$

Эквивалентное напряжение по четвертой гипотезе (теории) прочности:

$$\sigma_3^1 = \sqrt{(\sigma^1)^2 + 3 \cdot (\tau^1)^2} = \sqrt{(51,1)^2 + 3 \cdot (1,4)^2} \approx 51 \text{ МПа.}$$

$$\sigma_3^1 < [\sigma^1]; 51 \text{ МПа} < 220 \text{ МПа.}$$

Условие прочности сварного шва штанги буровой установки выполняется.

5.6.3. Пример 11. Расчет длины угловых швов для соединения уголка с пластиной (Рисунок 5.15) при усилии, действующем на уголок $F = 200 \text{ кН}$, допускаемом напряжении $[\tau^1] = 100 \text{ МПа}$, катете $K=8 \text{ мм}$ и коэффициенте сварного шва при ручной электродуговой сварке $\beta = 0,7$.

Решение.

1. Определяют суммарную длину сварных швов для обеспечения прочности:

$$L = \frac{F}{\beta \cdot K \cdot [\tau^1]} = \frac{200 \cdot 10^3}{0,7 \cdot 8 \cdot 100} = 357 \text{ мм;}$$

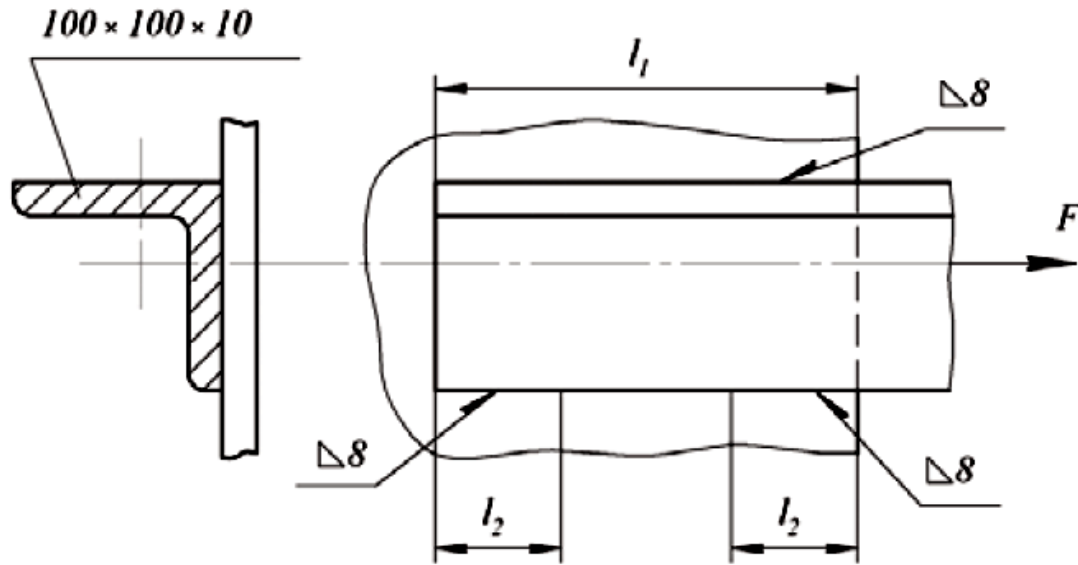


Рисунок 5.15 - Сварное соединение уголка с пластиной угловыми швами

2. Находят длину каждого сварного шва:

$$l_1 = L \cdot \beta = 357 \cdot 0,7 \approx 250 \text{ мм};$$

$$l_2 = \frac{L - l_1}{2} = \frac{357 - 250}{2} = 53,5 \text{ мм};$$

Учитывая возможные непровар в начале и кратер в конце швов, окончательно принимают $l_1 = 260 \text{ мм}$ и $l_2 = 65 \text{ мм}$.

5.6.4. Пример 12. Рассчитать сварное соединение двух частей клеммового рычага (рисунок 5.16), если сила $F = 1000 \text{ Н}$, толщина пластины $s = 12 \text{ мм}$, расстояние, $a = 600 \text{ мм}$.

Материал соединяемых деталей Ст3, допускаемое напряжение для материала соединяемых деталей $[\sigma]_P = 160 \text{ МПа}$. Сварка ручная, электродами Э42.

Решение.

Определяем ширину b приваренного рычага из условия его прочности по нормальным напряжениям при изгибе (принимая $[\sigma]_P = [\sigma]_И$):

$$\sigma = \frac{M}{W} \leq [\sigma]_{\text{и}},$$

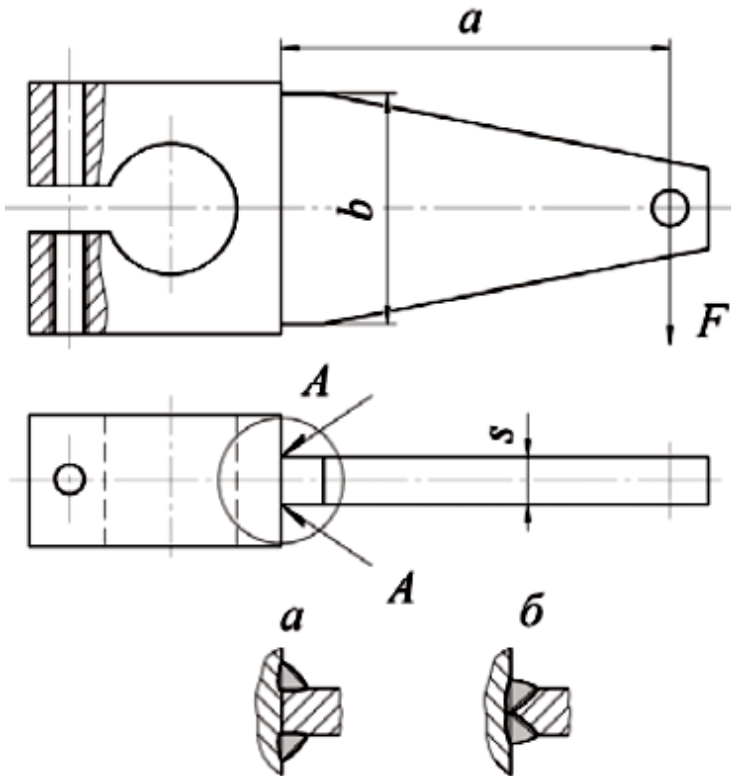


Рисунок 5.16 - Клеммовый рычаг:

a – соединение угловыми швами без скоса кромок;

б - угловыми швами со скосом кромок

где M – изгибающий момент, равный:

$$M = F \cdot a = 1000 \cdot 600 = 6 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{мм};$$

W – осевой момент сопротивления площади поперечного сечения рычага, равный:

$$W = \frac{s \cdot b^2}{6}.$$

Из условия прочности следует, что необходимый осевой момент сопротивления площади сечения равен:

$$W = \frac{M}{[\sigma]_{\text{и}}} = \frac{6 \cdot 10^5}{160} = 3750 \text{ мм}^3$$

Следовательно, ширина рычага должна быть:

$$b = \sqrt{\frac{6 \cdot W}{s}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 3750}{12}} = 43,3 \text{ мм}.$$

Округляем ширину рычага в большую сторону и принимаем:
 $b = 45 \text{ мм}$.

Для данного примера следует рассмотреть два варианта расчета сварного соединения.

- 1) Тавровое соединение без разделки кромок – шов угловой с двухсторонний (рисунок 5.16 а). Следует помнить, что угловые и тавровые сварные швы без разделки кромок рассчитываются по касательным напряжениям среза.

При приведении силы F к центру тяжести сварных швов находим, что на швы действует поперечная сила $Q = F$ и момент $M = F \cdot a$.

Расчет таврового соединения без разделки кромок. Назначают катет швов равным $k = 12 \text{ мм}$. Допускаемое касательное напряжение на срез для угловых швов при ручной дуговой сварке:

$$[\tau^1] = 0,6 [\sigma]_P = 0,6 \cdot 160 = 96 \text{ МПа}.$$

Напряжения в швах от поперечной силы Q равны:

$$\tau_Q^1 = \frac{Q}{A_{ш}} = \frac{Q}{2 \cdot \beta \cdot K \cdot b} = \frac{1000}{2 \cdot 0,7 \cdot 12 \cdot 45} \approx 1,3 \text{ МПа}.$$

Осевой момент сопротивления площади сечения для двухстороннего сварного шва:

$$W = 2 \frac{\beta \cdot K \cdot b^2}{6} = 2 \frac{0,7 \cdot 12 \cdot 45^2}{6} \approx 5670 \text{ мм}^3.$$

Напряжения в швах от изгибающего момента $M = 6 \cdot 10^5 \text{ Н} \cdot \text{мм}$ равны:

$$\tau_M^1 = \frac{M}{W} = \frac{6 \cdot 10^5}{5670} \approx 105,9 \text{ МПа}.$$

Результирующие касательные напряжения равны:

$$\tau_{\Sigma}^1 = \sqrt{(\tau_Q^1)^2 + (\tau_M^1)^2} = \sqrt{(1,3)^2 + (105,9)^2} = 106 \text{ МПа}.$$

Проверяют условие прочности:

$$\tau_{\text{с}}^1 = 106 \text{ МПа} > [\tau^1] = 96 \text{ МПа.}$$

Условие прочности не выполнено.

Поэтому увеличивают высоту привариваемого рычага до $b = 50$ мм и уточняют осевой момент сопротивления площади сечения для двухстороннего сварного шва:

$$W = 2 \frac{\beta \cdot K \cdot b^2}{6} = 2 \frac{0,7 \cdot 12 \cdot 50^2}{6} \approx 7000 \text{ мм}^3.$$

Определяют касательные напряжения от поперечной силы:

$$\tau_Q^1 = \frac{Q}{A_{\text{ш}}} = \frac{Q}{2 \cdot \beta \cdot K \cdot b} = \frac{1000}{2 \cdot 0,7 \cdot 12 \cdot 50} \approx 1,2 \text{ МПа.}$$

Определяют касательные напряжения в швах от изгибающего момента $M = 6 \cdot 10^5$ Н·мм:

$$\tau_M^1 = \frac{M}{W} = \frac{6 \cdot 10^5}{7000} \approx 85,7 \text{ МПа.}$$

Результирующие касательные напряжения:

$$\tau_{\text{с}}^1 = \sqrt{(\tau_Q^1)^2 + (\tau_M^1)^2} = \sqrt{(1,2)^2 + (85,7)^2} = 86 \text{ МПа.}$$

Проверяют условие прочности:

$$\tau_{\text{с}}^1 = 86 \text{ МПа} < [\tau^1] = 96 \text{ МПа.}$$

Условие прочности сварного шва выполнено.

2) Тавровое соединение с разделкой кромок – шов стыковой (Рисунок 5.16 б). Следует помнить, что угловые и тавровые сварные швы с разделкой кромок рассчитываются по нормальным напряжениям растяжения или сжатия.

Допускаемые нормальные напряжения для сварного шва $[\sigma^1] = 0,9 [\sigma]_{\text{Р}} = 0,9 \cdot 160 = 144 \text{ МПа.}$

Осевой момент сопротивления площади сечения сварного шва равен:

$$W = \frac{s \cdot b^2}{6} = \frac{12 \cdot 50^2}{6} = 5000 \text{ мм}^3.$$

Максимальные нормальные напряжения в сварном шве:

$$\sigma^1 = \frac{M}{W} = \frac{6 \cdot 10^5}{5000} \approx 120 \text{ МПа}.$$

Проверяют условие прочности:

$$\sigma^1 = 120 \text{ МПа} < [\sigma^1] = 144 \text{ МПа}.$$

Таким образом, условие прочности для сварного шва с разделкой кромок рычага выполняется.

5.6.5. Пример 13. Определить длину сварного шва соединения полосы из стали Ст3 сечением 150х20 мм вертикальным и горизонтальными швами, равнопрочного целому элементу при изгибе (Рисунок 5.17). Сварка полуавтоматическая $\beta = 0,8$. Допускаемое напряжение $[\sigma]_p = 160 \text{ МПа}$.

Допускаемое напряжение для углового шва равно:

$$[\tau^1] = 0,65 [\sigma]_p = 0,65 \cdot 160 = 104 \text{ МПа}.$$

Максимальный момент, нагружающий соединение, определяют из условия прочности полосы при изгибе:

$$M = [\sigma]_p \cdot \frac{s \cdot h^2}{6} = 160 \cdot \frac{20 \cdot 150^2}{6} = 12 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}.$$

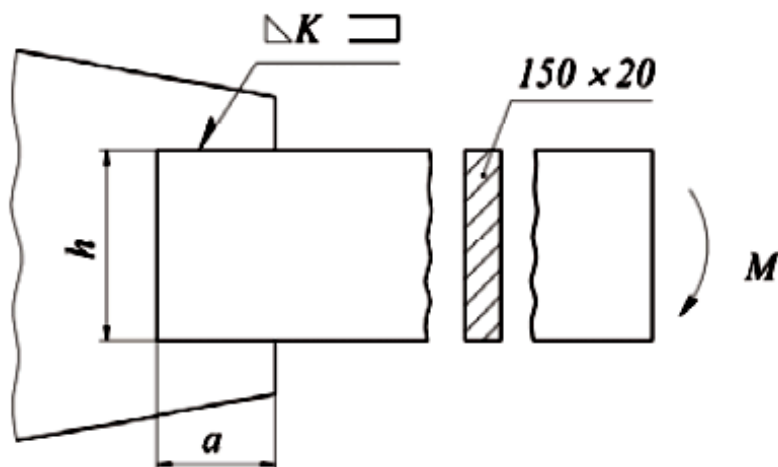


Рисунок 5.17 -
Комбинированное
соединение полосы
угловыми швами

Принимают катет швов $K = 10$ мм.

Момент, допускаемый в вертикальном шве, равен:

$$M_B = [\tau'] \cdot \frac{\beta \cdot K h^2}{6} = 104 \cdot \frac{0,8 \cdot 10 \cdot 150^2}{6} = 3,12 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}.$$

Момент, допускаемый в горизонтальных швах, вычисляется по формуле:

$$M_r = M - M_B = 12 \cdot 10^6 - 3,12 \cdot 10^6 = 9,88 \cdot 10^6 \text{ Н} \cdot \text{мм}.$$

Усилие на один горизонтальный шов равно:

$$F_r = \frac{M_r}{h + \frac{2}{3}K} = \frac{9,88 \cdot 10^6}{150 + \frac{2}{3} \cdot 10} \approx 62930 \text{ Н}.$$

Требуемая длина горизонтального шва a при $k=10$ мм определяется по формуле:

$$a = \frac{F_r}{[\tau'] \beta \cdot K} = \frac{62930}{104 \cdot 0,8 \cdot 10} \approx 77 \text{ мм}.$$

Из конструктивных соображений длина горизонтального шва a при $k=10$ мм принята $a = 85$ мм.

5.6.6. Пример 14. Расчет прочности сварного шва кронштейна (Рисунок 5.18) прикрепленного к бетонной стене. Детали кронштейна выполнены из стали Ст3, сварены угловым швом с катетом шва $K=5$ мм. Сварка ручная электродом обычного качества. Кронштейн нагружен постоянной силой $F = 10000$ Н. Размеры: $L = 200$ мм; $\delta = 20$ мм; $a=b = 200$ мм; $c = d = 150$ мм; $m = n = 100$ мм; $s = 10$ мм.

Для стали Ст3 предел текучести $\sigma_T = 220$ МПа.

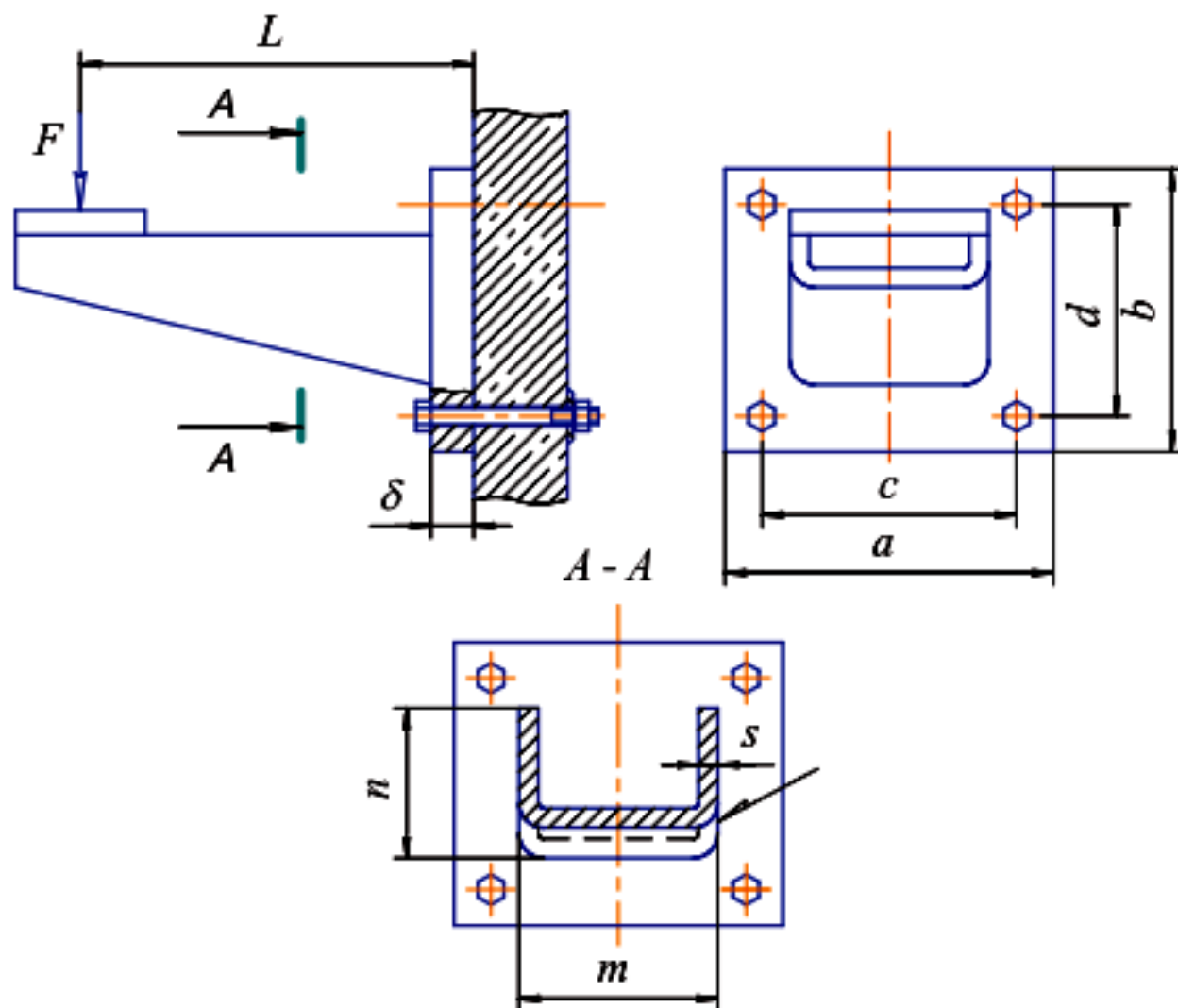


Рисунок 5.18 - Сварной кронштейн, прикрепленный к бетонной стене

Допускаемое нормальное напряжение на растяжение для основного металла:

Так как сварка ручная электродуговая, то допускаемое касательное напряжение материала сварного шва равно:

$$[\tau'] = 0,6 \cdot [\sigma]_P = 0,6 \cdot 147 \approx 88 \text{ МПа.}$$

Решение.

Положение, форма и размеры опасного сечения. Сварное соединение тавровое, швы угловые, их рассчитывают по условным касательным напряжениям, действующим в биссекторных сечениях швов.

На рисунке 5.19 показано расчетное сечение в зоне сварного шва кронштейна.

Центр тяжести расчетного сечения (точка С) находится на оси симметрии у-у, его координата в принятой системе координат ху: где S_x – статический момент расчетного сечения шва относительно оси х;

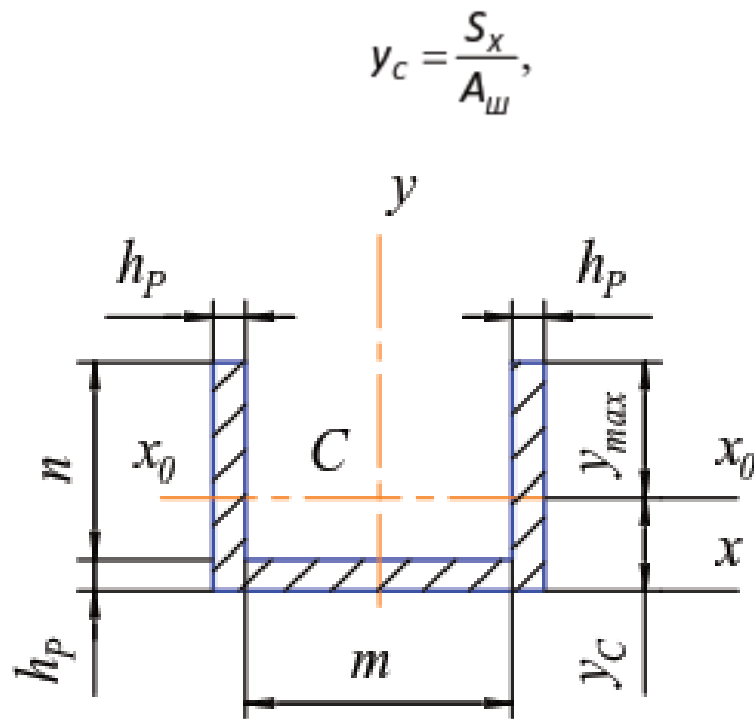


Рисунок 5.19 – Расчетное сечение в зоне сварного шва кронштейна

$A_{ш}$ – площадь расчетного сечения шва: $A_{ш} = A_I + A_{II} + A_{III}$

Фигуру, образованную расчетным сечением (рисунок 5.19), разбиваем на три прямоугольника I, II, III с площадями, равными:

$$A_I = A_{II} = h_p \cdot (n + h_p) = 0,7 \cdot 5 \cdot (100 + 0,7 \cdot 5) = 362,25 \text{ мм}^2;$$

$$A_{III} = m \cdot h_p = 100 \cdot 0,7 \cdot 5 = 350 \text{ мм}^2.$$

Определяем статические моменты каждого прямоугольника как произведения его площади на координату его центра тяжести:

$$S_{x,I} = S_{x,III} = y_{c,I} \cdot A_I = \frac{n + h_p}{2} \cdot A_I = \frac{100 + 0,7 \cdot 5}{2} \cdot 362,25 \approx 18760 \text{ мм}^3;$$

$$S_{x,II} = y_{c,II} \cdot A_{II} = \frac{h_p}{2} \cdot A_{II} = \frac{0,7 \cdot 5}{2} \cdot 350 = 612,5 \text{ мм}^3.$$

Ордината центра тяжести расчетного сечения равна:

$$y_c = \frac{S_x}{A_{\Sigma}} = \frac{S_{x,I} + S_{x,II} + S_{x,III}}{A_I + A_{II} + A_{III}} = \frac{2 \cdot 18760 + 612,5}{2 \cdot 362,25 + 350} \approx 35,5 \text{ мм},$$

Определяем силовые факторы, действующие на сварное соединение, показанные на расчетной схеме определения усилий, действующих на сварное соединение кронштейна (рисунок 5.21).

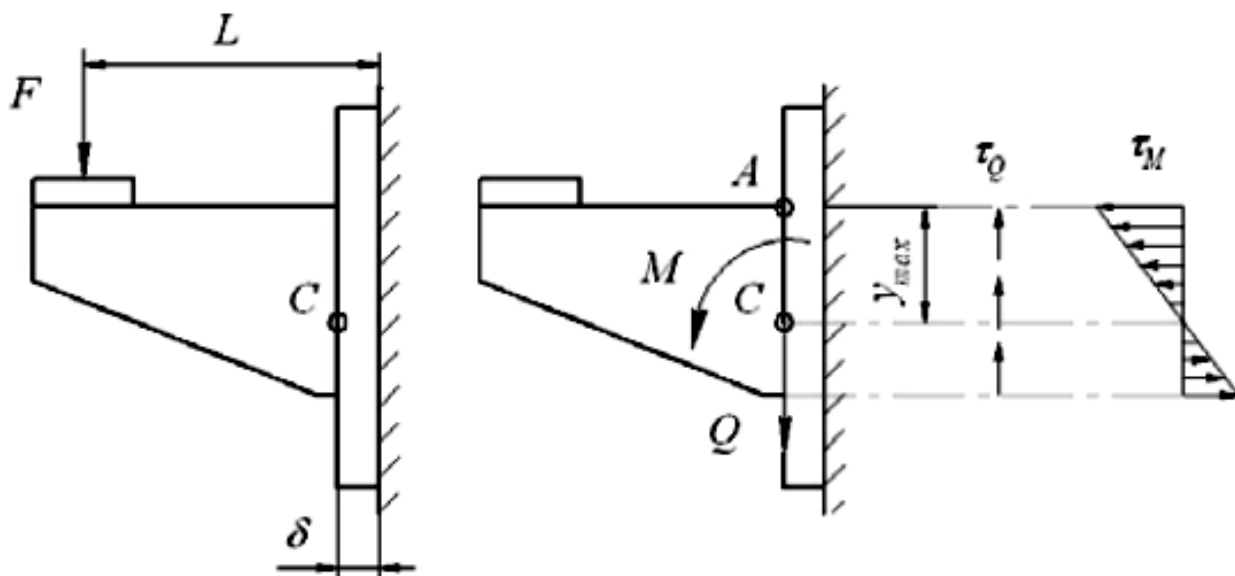


Рисунок 5.20 – Расчетная схема определения усилий, действующих на сварное соединение кронштейна

При параллельном переносе силы F , действующей на кронштейн, в центр тяжести расчетного сечения получим поперечную силу $Q = F = 10$ кН и изгибающий момент:

$$M = F \cdot (L - \delta) = 10 \cdot (200 - 20) = 1800 \text{ кН} \cdot \text{мм}.$$

Напряжения в расчетном сечении:

а) напряжения от поперечной силы распределены равномерно по сечению и равны:

$$\tau_Q = \frac{Q}{A_{ш}} = \frac{10000}{1074,5} \approx 9,3 \text{ МПа};$$

б) максимальные напряжения от изгибающего момента M , действующие в точке А, равны:

$$\tau_M = \frac{M}{W_x},$$

где W_x – осевой момент инерции площади расчетного сечения относительно центральной оси сечения x_0 .

Осевой момент инерции площади расчетного сечения относительно оси x_0 определяем аналогично определению статического момента сечения.

Осевые моменты инерции рассматриваемых прямоугольников относительно своих центральных осей, параллельных оси x_0 , равны:

$$I_I = I_{III} = \frac{h_p \cdot (n + h_p)^3}{12} = \frac{0,7 \cdot 5 \cdot (100 + 0,7 \cdot 5)^3}{12} \approx 3,234 \cdot 10^5 \text{ мм}^4;$$

$$I_{II} = \frac{m \cdot h_p^3}{12} = \frac{100 \cdot (0,7 \cdot 5)^3}{12} \approx 357,3 \text{ мм}^4.$$

$$\begin{aligned} I_{x_{0,II}} &= I_{II} + A_{II} \cdot (y_c - 0,5 \cdot h_p)^2 = \\ &= 357,3 + 350 \cdot (35,5 - 0,5 \cdot 0,7 \cdot 5)^2 \approx 4,37 \cdot 10^5 \text{ мм}^4 \end{aligned}$$

Осевые моменты этих прямоугольников относительно оси x_0 находим, используя формулу преобразования моментов инерции при параллельном переносе осей:

$$I_{x_0} = 2 \cdot I_{x_{0,I}} + I_{x_{0,II}} = 2 \cdot 4,191 \cdot 10^5 + 4,37 \cdot 10^5 \approx 12,75 \cdot 10^5 \text{ мм}^4.$$

Осевой момент инерции площади расчетного сечения относительно оси x_0 будет равен:

$$\begin{aligned} I_{x_{0,I}} = I_{x_{0,III}} &= I_I + A_I \cdot \left(\frac{n + h_p}{2} - y_c \right)^2 = \\ &= 3,234 \cdot 10^5 + 362,25 \cdot \left(\frac{100 + 0,7 \cdot 5}{2} - 35,5 \right)^2 \approx 4,191 \cdot 10^5 \text{ мм}^4; \end{aligned}$$

Осевой момент сопротивления сечения равен:

$$W_{x_0} = \frac{I_{x_0}}{y_{\max}} = \frac{12,75 \cdot 10^5}{35,5} \approx 3,59 \cdot 10^4 \text{ мм}^3.$$

Касательные напряжения в точке А от момента М равны:

$$\tau_M = \frac{M}{W_{x_0}} = \frac{1800 \cdot 10^3}{3,59 \cdot 10^4} \approx 50,1 \text{ МПа.}$$

Результирующие напряжения в опасной точке А равны:

$$\tau_\Sigma = \sqrt{\tau_Q^2 + \tau_M^2} = \sqrt{9,3^2 + 50,1^2} \approx 51 \text{ МПа.}$$

Проверяем выполнение условия прочности:

$$\tau_\Sigma = 51 \text{ МПа} < [\tau^1] = 88 \text{ МПа.}$$

Условие прочности для сварных швов выполняется.

Допускаемые напряжения сварных швов следует принимать по таблице 5.1 для ручной электродуговой сварки.

Таблица 5.1 - Допускаемые нормальные и касательные напряжения материала сварного шва

Вид напряжения	Обозначение	Ручная сварка		Автоматическая сварка
		Электроды с тонкой обмазкой	Электроды с толстой обмазкой	
Растяжение	$[\sigma^1]$	1000 кг/см ²	1800 кг/см ²	1300 кг/см ²
Сжатие	$[\sigma^1]$	1100 кг/см ²	1450 кг/см ²	1450 кг/см ²
Срез	$[\tau^1]$	800 кг/см ²	1100 кг/см ²	1100 кг/см ²

5.7. Примеры выполнения контрольного задания № 5.

Расчет на прочность сварных соединений

Варианты заданий и исходные данные для расчета сварных соединений на срез и смятие приведены в таблице 5.2.

Примеры выполнения контрольного задания не входят ни в один из вариантов и не могут быть представлены в качестве выполненной работы.

Студенту предлагается выполнить каждое контрольное задание по примерам, приведенным выше:

Пример 1. Рисунок 5.3. Расчет стыкового сварного шва на прочность по номинальному сечению соединяемых элементов без учета утолщения швов.

Пример 2. Рисунок 5.2 б. Сварной шов под косым углом относительно действующей нагрузки.

Пример 3. Рисунок 5.4. Расчет стыкового сварного шва на прочность по номинальному сечению соединяемых элементов.

Пример 4. Рисунок 5.7. Расчет лобового сварного шва на прочность от продольной растягивающей (или сжимающей) силы

Пример 5. Рисунок 5.9. Распределение касательных напряжений по длине сварного соединения фланговыми (или боковыми) швами.

Пример 6. Рисунок 5.6 з. Расчет комбинированного сварного шва.

Пример 7. Рисунок 5.11. Расчет флангового сварного шва, усиленного прорезным сварным швом.

Пример 8. Рисунок 5.12. Расчет прочности сварного шва при одновременном действии продольной и поперечной силы.

Пример 9. Рисунок 5.13. Расчет прочности таврового сварного шва соединения пластин, расположенных относительно друг друга под прямым углом без скоса кромок.

Пример 10. Рисунок 5.14. Проверочный расчет стыкового соединения буровой штанги.

Пример 11. Рисунок 5.15. Расчет длины уголковых швов для соединения уголка с пластиной.

Пример 12. Рисунок 5.16. Рассчитать сварное соединение двух частей клеммового рычага.

Пример 13. Рисунок 5.17. Расчет длины сварного шва соединения полосы и горизонтальными швами.

Пример 14. Рисунок 5.18. Расчет прочности сварного шва кронштейна, прикрепленного к бетонной стене.

Таблица 5.2 - Варианты заданий для сварных соединений

Вариант	Толщина пластины	Усилие, приложенное к пластине	Крутящий или изгибающий момент	Допускаемые напряжения
	S , мм	P или F , Кгс	M или $M_{и}$, Кгс · м	$[\sigma]$, Кгс/см ²
1	15	12000	20	1500
2	20	12500	25	1200
3	25	13000	30	1300
4	30	13500	20	1700
5	15	14000	25	1600
6	20	14500	30	1400
7	25	15000	35	1500
8	15	15000	40	1200
9	20	14500	20	1300
10	25	14000	25	1700
11	30	13500	30	1600
12	15	13000	20	1400
13	20	12500	25	1500
14	25	12000	30	1200
15	15	13000	35	1300
16	20	14000	40	1700
17	25	14500	25	1600
18	30	15000	30	1400
19	15	16000	20	1500
20	20	16500	25	1200
21	25	17000	30	1300
22	15	16000	35	1500
23	20	17500	40	1200
24	25	19000	25	1300
25	20	13500	30	1200
26	25	14000	30	1700
27	30	13500	20	1600
28	15	13000	25	1400
29	20	12500	30	1500
30	25	12000	35	1200

5.8. Контрольные вопросы для самопроверки знаний по сварным соединениям

1. Опишите и изобразите сварное соединение, работающего на срез.
2. В чем преимущество сварных соединений перед заклепочными?
3. По какому условию прочности рассчитывают сварные соединения?
4. Как располагается площадка среза углового сварного шва, работающего на срез?
5. Сформулируйте условие прочности на срез сварного соединения! Как запишется условие прочности сварного соединения?
6. Почему действительную длину сварного шва принимают несколько большей по сравнению с расчетной длиной?

6. Расчет прочности винтовых пружин с малым шагом витков

6.1. Краткие теоретические сведения

Пружины в машиностроении выполняют роль упругих элементов. Воспринимая работу внешних сил, они преобразуют ее в работу упругой деформации материала, из которого они изготовлены. Пружины применяются в вагонных рессорах и различных деталях машин и механизмов, используются для амортизации толчков, ударов, для возврата движущихся деталей в исходное положение (например, пружины клапанные в двигателях); для измерения усилия (в динамометрах); в качестве устройств, аккумулирующих энергию (боевые пружины огнестрельного оружия), а также в качестве элементов регистрирующих и записывающих приборов.

6.1.1. Пружины изготавливают из углеродистых сталей с диаметром проволоки до 10 мм; из легированных сталей — пружины, работающие при высоких напряжениях или повышенных температурах, а также пружины с большими сечениями проволоки (диаметром 20—30 мм).

Применяют преимущественно стали марок: сталь 65Г (ГОСТ 9389-75), легированная сталь 60С2А, 65С2ВА, 70С3А, 50ХФА, 51ХФА, 65С2ВА, 40Х13 (ГОСТ 14963, ГОСТ 14959).

Модуль упругости пружинных сталей $E = (2,1 \div 2,2) \cdot 10^5$ МПа, модуль сдвига $G = (7,6 \text{—} 8,3) \cdot 10^4$ МПа,

Модуль упругости сплавов на медной основе $E = (1,2 \div 1,3) \cdot 10^5$, модуль сдвига $G = (4,5 \div 5) \cdot 10^4$ МПа.

Спиральные пружины из проволоки малого диаметра (до 10 мм) с отношением $D/d > 4$ (D — средний диаметр пружины; d — диаметр проволоки) изготавливают навивкой в холодном состоянии. Пружины с отношением $D/d < 4$, а также пружины из проволоки больших сечений навивают в горячем состоянии.

При холодной навивке возможны два варианта:

1) проволоку навивают в термообработанном состоянии или после холодного волочения и после навивки подвергают невысокому отпуску ($200\text{—}300^\circ\text{C}$) для снятия напряжений, возникающих при навивке;

2) проволоку навивают в отожженном состоянии и после навивки подвергают закалке и отпуску.

Заключительной операцией изготовления пружины является:

- термообработка,
- шлифовка торцов,
- защитные покрытия,
- контроль параметров на электронных измерительных приборах,
- обжим и заневоливание.

В таблице 5,3 приведены основные материалы, применяемые для изготовления пружин, и их механические свойства после термообработки.

6.1.2. Конфигурация пружин сжатия. По форме пружины сжатия разделяются на цилиндрические, конические с постоянным и переменным шагом и углом наклона, фигурные (призматические, бочкообразные и др.).

Цилиндрические и конические пружины разделяются по направлению навивки: правая навивка — при укладке витков по часовой стрелке; левая навивка — при укладке витков против часовой

стрелки. Конструктивной особенностью винтовых цилиндрических пружин растяжения и сжатия является отделка концов.

У цилиндрических и конических пружин сжатия крайние витки поджимаются и шлифуются с торцов, чем обеспечивают создание опорных плоскостей. Варианты формирования опорных витков цилиндрических винтовых пружин сжатия, как показано на рисунке 6.1 могут быть:

- с поджатыми зашлифованными крайними витками;

Варианты формирования опорных витков



Рисунок 6.1 –Варианты формирования опорных витков цилиндрических винтовых пружин сжатия

- с поджатыми не зашлифованными крайними витками;
- с не поджатыми крайними витками.

Поджатые витки в расчет не принимаются.

6.1.3. Минимальные и максимальные размеры пружин:

- Диаметр проволоки: 0,15 - 40,00 мм.
- Наружные диаметр пружин: 0,6 - 250 мм.
- Длина пружины: 0,5 - 8 000 мм.
- Направление навивки: правое и левое.

6.1.4. Цилиндрическая винтовая пружина растяжения и ее силовые характеристики показаны на рисунке 6.2.

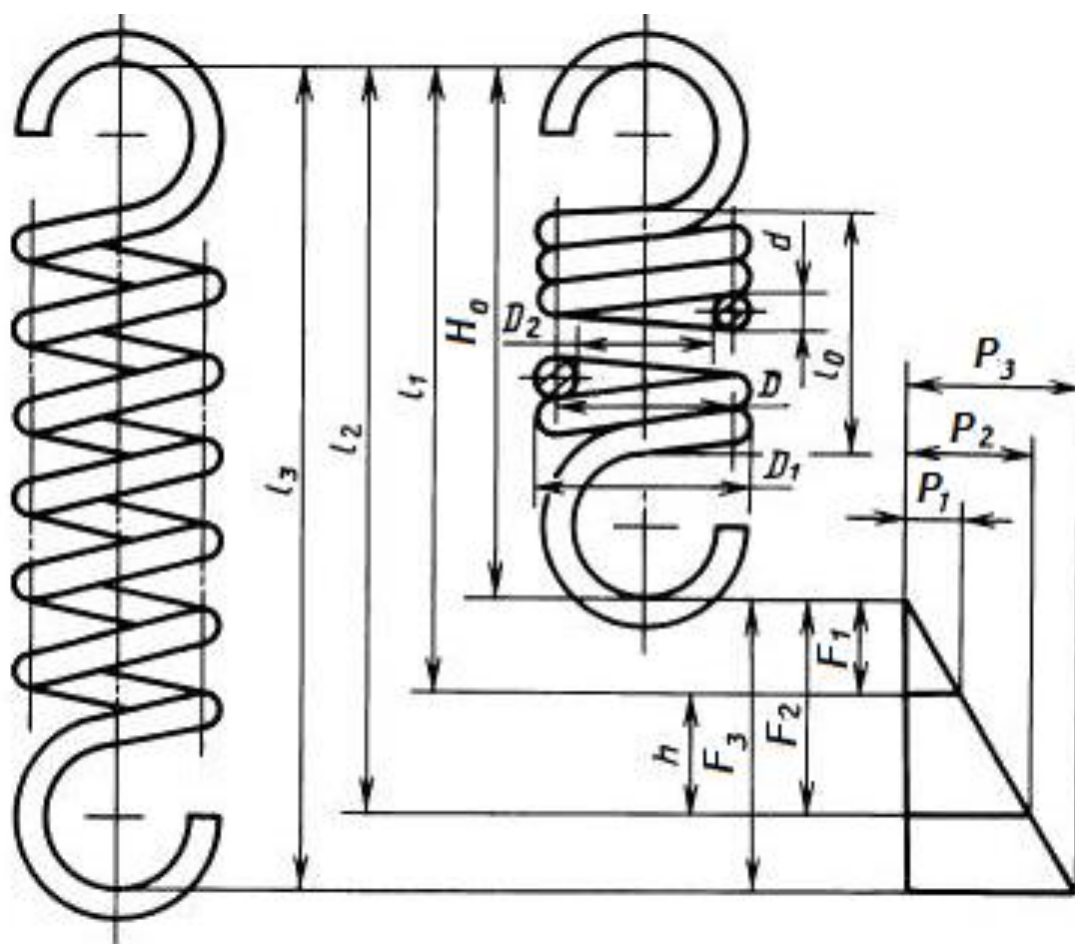


Рисунок 6.2 - Цилиндрическая винтовая пружина растяжения и ее силовые характеристики

Концевые витки пружин растяжения отгибаются с таким расчетом, чтобы могло быть осуществлено крепление пружин к смежным деталям. Отогнутая часть витков также в расчет не принимается.

6.1.5. Цилиндрическая винтовая пружина сжатия и ее силовые характеристики показаны на рисунке 6.3.

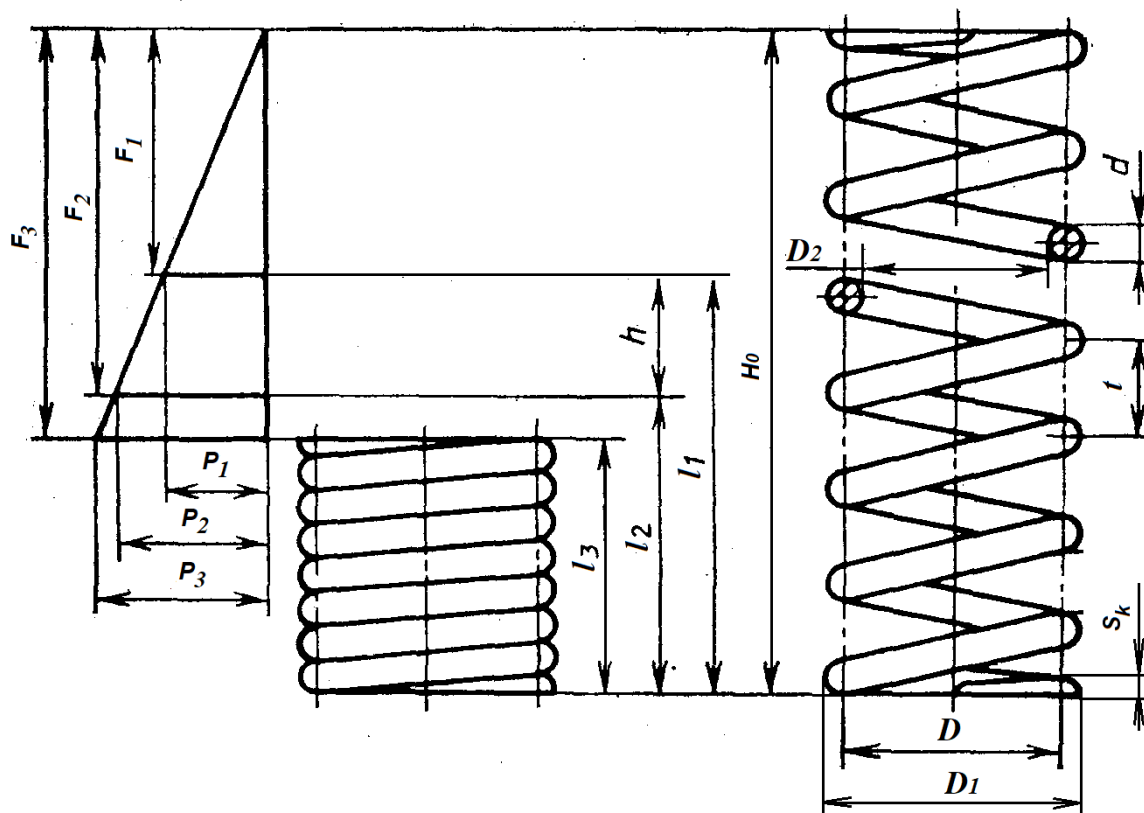


Рисунок 6.3 - Цилиндрическая винтовая пружина сжатия и ее силовые характеристики

Как видно из рисунков 6.2 и 6.3, основными геометрическими параметрами пружин являются:

D – средний диаметр витка пружины;

d – диаметр прутка (проволоки);

α – угол наклона витков пружины;

t – шаг навивки прутка;

n – число витков.

Диаметры оправки (стержня) D_c и гильзы D_g для установки цилиндрических винтовых пружин должны обеспечивать свободный ход витков пружины, как показано на рисунке 6.4.

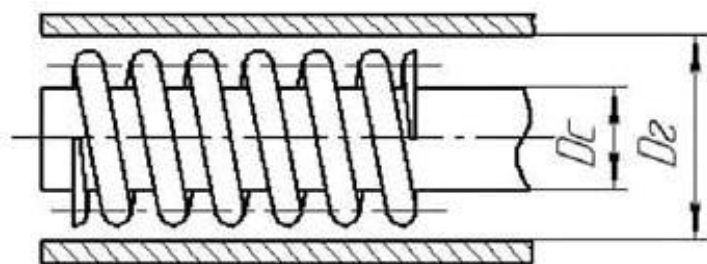


Рисунок 6.4 - Оправки и гильзы цилиндрических винтовых пружин

Пружины сжатия общемашиностроительного назначения соответствуют государственному стандарту ГОСТ 18793-80 «Пружины сжатия. Конструкция и размеры». На чертежах пружины сжатия изображаются, как показано на рисунке 6.5.

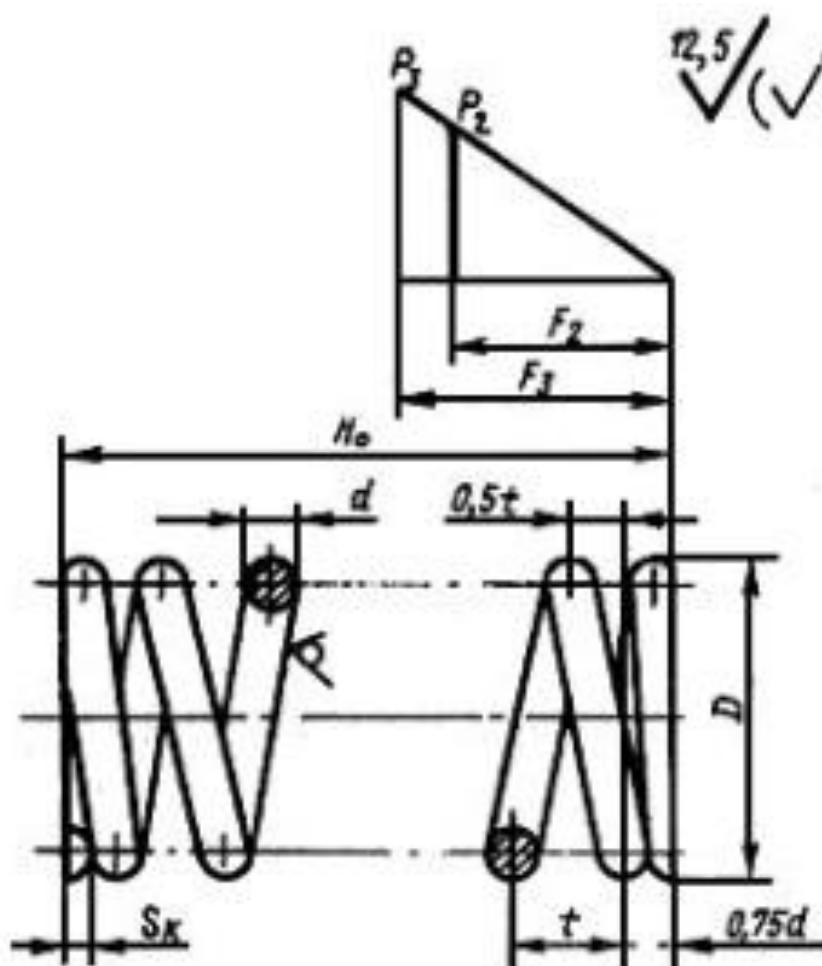


Рисунок 6.5 – Чертеж винтовой цилиндрической пружины сжатия

6.2. Напряжения и деформации в винтовых пружинах с малым шагом витков

При проектировании пружин растяжения и сжатия необходимо уметь вычислять наибольшее напряжение (для проверки прочности) и определять деформацию пружины – ее удлинение и осадку. Последнее необходимо, так как на практике нагрузки, приходящиеся на пружину, регулируют давая ей большие или меньшие деформации сжатия или растяжения. Таким образом, необходимо по размерам пружины уметь вычислять зависимость между деформацией и силой. Следует отметить, что расчет пружин растяжения, сжатия одинаков.

Для пружин с малым шагом витков можно приближенно считать, что плоскость витка горизонтальна, при котором соблюдается условие:

$$\frac{h}{D} \ll 1. \quad (6.1)$$

где D - средний диаметр пружины, т.е. диаметр цилиндра, на котором лежит винтовая ось пружины.

Таким образом, при действии сил, направленных по оси пружины и растягивающих или сжимающих ее, стержень пружины в основном испытывает кручение.

В сопротивлении материалов рассматривается теория расчета винтовых цилиндрических пружин с малым шагом навивки (t), при котором угол наклона (подъема) витка составляет $\alpha < 5^\circ$. Угол подъема витка проверяется отношением:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{t}{\pi D}, \quad (6.2)$$

откуда:

$$\alpha = \arctg \frac{t}{\pi D}. \quad (6.3)$$

На рисунке 6.6 а) показана расчетная схема винтовой пружины.

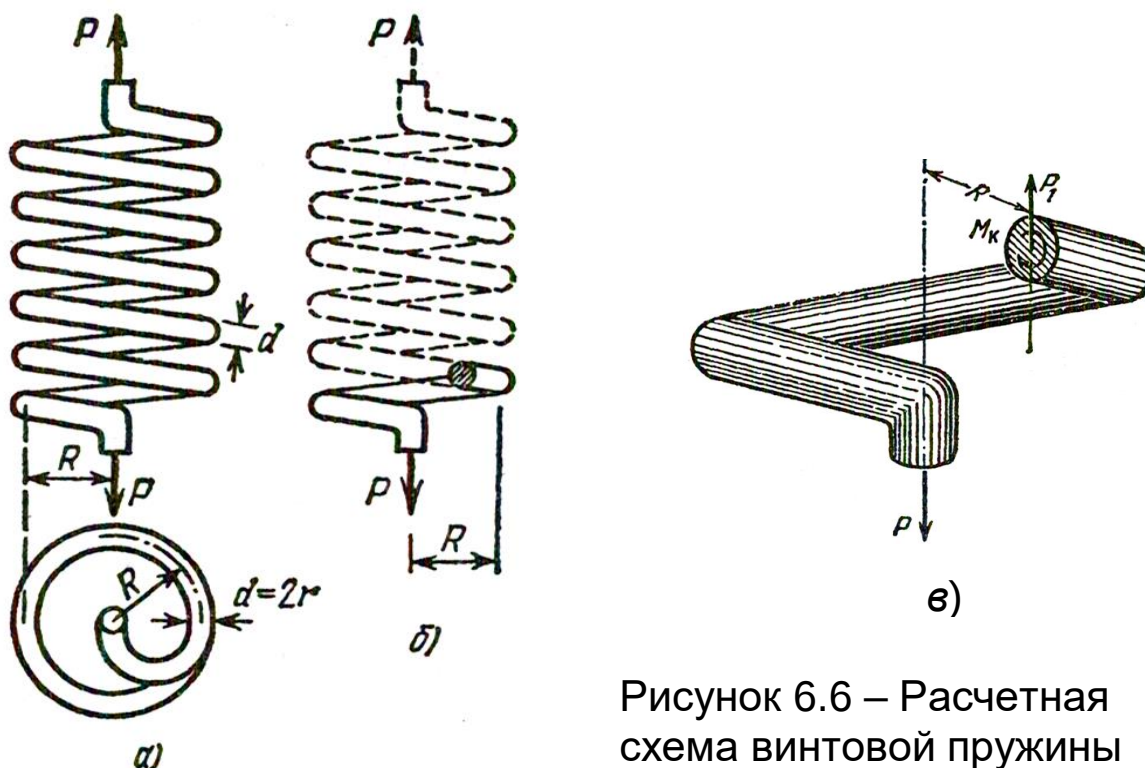


Рисунок 6.6 – Расчетная схема винтовой пружины

Для определения внутренних усилий и напряжений при сжатии (или растяжении) стержень пружины разрежем один из витков вертикальной плоскостью, проходящей через ось пружины (рисунок 6.6 б) и рассмотрим равновесие одной из отсеченных частей, например, нижней. По условию (6.1) сечение приблизительно можно считать не эллипсом, а кругом. Приложенная к этой части внешняя сила P , направленная вниз, уравнивается направленным вверх внутренним усилием. Действие отброшенной части на нижнюю сводится к силе P_1 , направленной вверх по оси пружины.

При параллельном переносе силы P приложим в центре сечения прутка две равные и противоположно направленные силы $P-P$.

Тогда внешняя пара сил P - P с плечом $r = \frac{D}{2}$, действующая против часовой стрелки, должна уравновеситься *внутренним крутящим моментом*, направленным навстречу внешнему, т.е. по часовой стрелке. Оставшаяся в центре прутка сила P , направленная вниз, должна уравновеситься внутренней поперечной силой, равной $Q=P$ и направленной вверх (рисунок 6.5 б). При этом образуется крутящий момент:

$$M_{кр} = P \frac{D}{2}.$$

Таким образом, в сечении пружины (рисунок 6.5 в). возникают два внутренних силовых фактора - поперечная сила и крутящий момент.

Поперечная сила $Q=P$ вызывает в сечении прутка пружины касательные напряжения, которые приближенно считаются равномерно распределенными по всему сечению (рисунок 5.6 а) и равными:

$$\tau_1 = \frac{Q}{F} = \frac{4P}{\pi d^2}, \quad (6.4)$$

где F - площадь сечения прутка: $F = \frac{\pi d^2}{4}$.

Крутящий момент $M_{кр} = P \frac{D}{2}$, удерживающий сечение от вращения, как известно, связан с касательными напряжениями при кручении, эпюра которых показана на рисунке 6.6 б).

$$\tau_2 = \frac{M_{кр}}{I_{\rho}} \rho = \frac{PR}{I_{\rho}} \rho \quad (6.5)$$

Обе системы напряжений τ_1 и τ_2 , возникающие при сжатии (растяжении) пружины силами P показаны на рисунке 6.6. В каждой точке сечения τ_1 и τ_2 складываются геометрически, и лишь вдоль радиуса OA направления их совпадают.

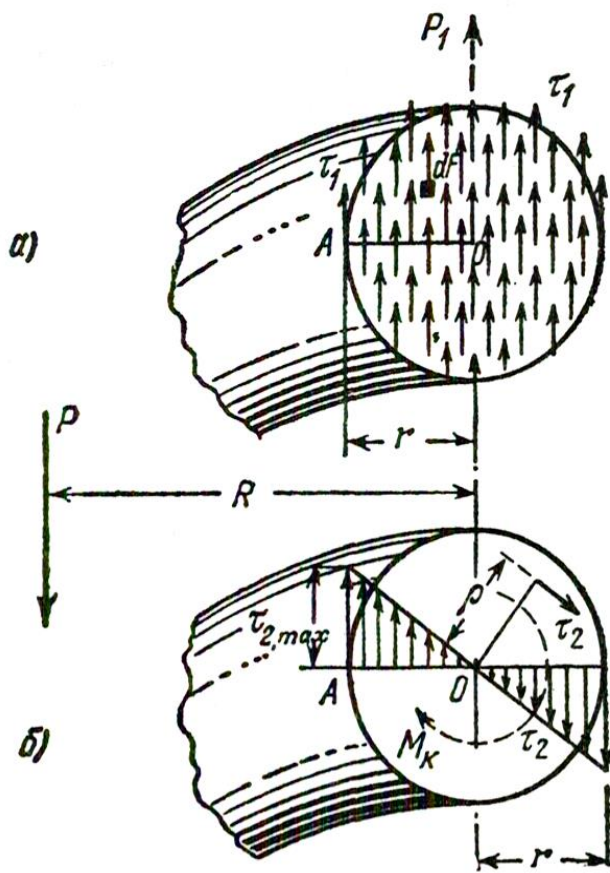


Рисунок 6.6 – Касательные напряжения в сечении винтовой пружины

Так как наибольшие значения касательных напряжений возникают в любой точке на поверхности прутка у контура сечения (см. рисунок 6.6 б), то они будут равны:

$$\tau_{2,max} = \frac{M_K}{W_\rho} = \frac{P \cdot \frac{D}{2}}{\frac{\pi d^3}{16}} = \frac{8PD}{\pi d^3}, \quad (6.6)$$

где W_ρ – полярный момент сопротивления для круглого сечения:

$$W_\rho = \frac{\pi d^3}{16}.$$

Внутренняя точка А на поверхности прутка пружины является опасной точкой сечения, так как здесь напряжения τ_1 и τ_2 совпадают по направлению и складываются арифметически.

Следовательно, наибольшее суммарное касательное напряжение в сечении пружины равно:

$$\tau_{max} = \tau_1 + \tau_{2,max} = \frac{4P}{\pi d^2} + \frac{8PD}{\pi d^3} = \frac{8PD}{\pi d^3} \left(1 + \frac{d}{2D} \right). \quad (6.7)$$

Если отношение: $\frac{d}{2D} = (0,05 \dots 0,1)$, то вторым членом в скобках можно пренебречь по сравнению с единицей, т.е. рассчитывать пружину на одно кручение.

Это равносильно пренебрежению напряжениями от поперечной силы по сравнению с напряжениями от кручения.

Тогда формула (6.7) примет вид:

$$\tau_{max} = \frac{8PD}{\pi d^3}. \quad (6.8)$$

Опыт эксплуатации пружин показывает, что первые трещины при разрушении, как правило, появляются с внутренней стороны витка, где действуют наибольшие суммарные касательные напряжения τ_{max} .

Для мощных винтовых пружин, применяемых в железнодорожных подвижных составах, в грузовых автомобилях, в предохранительных клапанах химического машиностроения, при соотношении: $\frac{d}{2D} \geq 0,1$ пользуются формулой (6.7).

Кроме того, в этом случае существенно сказывается влияние кривизны стержня пружины, вследствие которой напряжение от кручения у внутренней точки A сечения оказывается больше, чем у наружной точки B .

Ввиду этого в правую часть формулы (6.7) вместо выражения, стоящего в скобках, лучше ввести коэффициент K , учитывающий одновременно влияние поперечной силы и кривизны стержня:

$$\tau_{max} = K \frac{8PD}{\pi d^3}. \quad (6.9)$$

Этот коэффициент можно вычислять по формуле

$$K = \frac{4C_{\Pi} + 1}{4C_{\Pi} - 4}, \quad (6.10)$$

где C_{Π} - геометрический параметр пружины.

Геометрический параметр пружины определяют из отношения:

$$C_{\Pi} = \frac{D}{d}$$

На практике нужно уметь вычислять удлинение или осадку пружины от растягивающих или сжимающих ее сил. Влияние по-

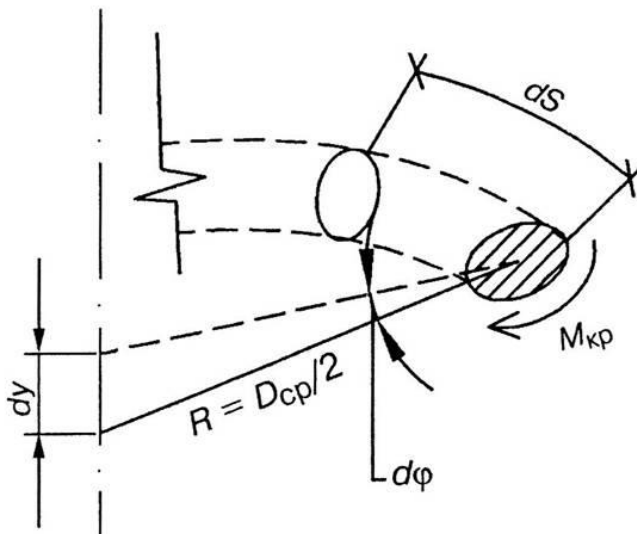


Рисунок 6.7 - Бесконечно малый элемент проволоки пружины dS , находящейся в условиях кручения

перечной силы на удлинение невелико, поэтому обычно принимается в расчет влияние кручения витков.

На рисунке 6.7 показан бесконечно малый элемент проволоки пружины dS , находящейся в условиях кручения. Правое сечение поворачивается на угол:

$$d\varphi = \frac{M_{кр} \cdot dS}{GJ_p},$$

а все точки на оси перемещаются на величину

$$dy = d\varphi R = d\varphi \frac{D}{2}. \quad (6.11)$$

Суммируя эти перемещения за счет закручивания длины проволоки, получим полное сокращение расстояния между торцами пружины:

$$y = \int_0^L \frac{M_{кр} D}{2GJ_p} \cdot dS = \frac{M_{кр} D}{2GJ_p} \pi D n = \frac{PD^3 \pi n 32}{4 \cdot G \pi d^4} = \frac{8PD^3 n}{Gd^4}. \quad (6.12)$$

Условие прочности пружины

$$\tau_{max} = K \frac{8PD_{cp}}{\pi d^3} \leq [\tau]. \quad (6.13)$$

Так как пружины должны давать достаточно большие упругие удлинения, то они изготавливаются из закаленной стали с очень высоким пределом пропорциональности.

6.2.1. Допускаемое касательное напряжение $[\tau]$ колеблется при статической нагрузке от 350 МПа до 800 МПа, а для особо прочных специальных сталей – и выше.

6.2.2. При переменной нагрузке допускаемое напряжение значительно снижается (на 30-65%).

Допускаемые касательные напряжения $[\tau]$ при статических нагрузках в зависимости от предела прочности (временного сопротивления) пружинной стали по формуле:

$$[\tau] = 0,6 [\sigma], \quad (6.14)$$

где $[\sigma]$ – допускаемое нормальное напряжение:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_B}{n_B}.$$

Предел прочности σ_B определяют по таблице 6.2 в зависимости от класса и разряда пружины, а затем уточняют и принимают по таблице 6.3.

Допускаемые касательные напряжения $[\tau]$ по пределу прочности на кручение можно определять по формуле:

$$[\tau] = \frac{\tau_B}{n_B},$$

где n_B – запас по пределу прочности на кручение. Принимается $n_B = 1,2 \div 1,5$.

Прочность пружинных сталей зависит от диаметра проволоки, резко возрастающая с уменьшением диаметра. Прочность проволоки малого диаметра (0,2—1 мм) примерно в два раза превышает прочность проволоки большого диаметра (8 мм). При выборе допускаемых напряжений при расчете пружин следует учитывать диаметр проволоки, поэтому для их определения принимают верхние значения предела прочности на кручение по таблице 6.4.

6.3. Жесткость и осадка винтовых пружин

Для обеспечения **жесткости** пружин необходимо знать их осадку (деформацию) от действующих нагрузок.

Осадкой пружины называется разность между высотами пружины до и после деформации. В свободном состоянии высота пружины H_0 . Деформация может быть при предварительной F_1 , рабочей F_2 и максимальной F_3 деформации (рисунок 5.8 а).

Для определения прочности пружины достаточно вычислить полную деформацию или ее называют осадкой пружины, которая достигается при воздействии на пружину силы P_3 :

$$\lambda = H_0 - l_3.$$

Между осадкой пружины λ и действующей сжимающей (растягивающей) силой P существует зависимость:

$$\lambda = \frac{8PD^3}{Gd^4}, \quad (6.15)$$

где G – упругая постоянная материала – модуль сдвига.

Для различных пружинных сталей она имеет следующие значения:

- высокоуглеродистая сталь – $G = (7,6—8,3) \cdot 10^4$ МПа.
- хромованадиевая сталь – $G = 8,0 \cdot 10^4$ МПа.
- кремнемарганцовая сталь – $G = 7,6 \cdot 10^4$ МПа.
- кремневанадиевая сталь - $G = 8,3 \cdot 10^4$ МПа.

При испытании пружин сжатия записывается график зависимости между нагрузкой P и осадкой пружины λ , который называется **характеристикой пружины** (рисунок 6.8 б). График подтверждает линейную зависимость, между нагрузкой P и осадкой пружины λ , которая отражена в формуле (6.15).

Под **жесткостью** пружины понимается величина силы P , при которой осадка λ равна единице (1 мм, 1 см).

Жесткость пружины определяется формулой:

$$c = \frac{P}{\lambda} = \frac{1}{n} \cdot \frac{Gd^4}{8D^3}, \left[\frac{\text{кГс}}{\text{мм}}; \frac{\text{Н}}{\text{мм}} \right], \quad (6.16)$$

где n – рабочее число витков.

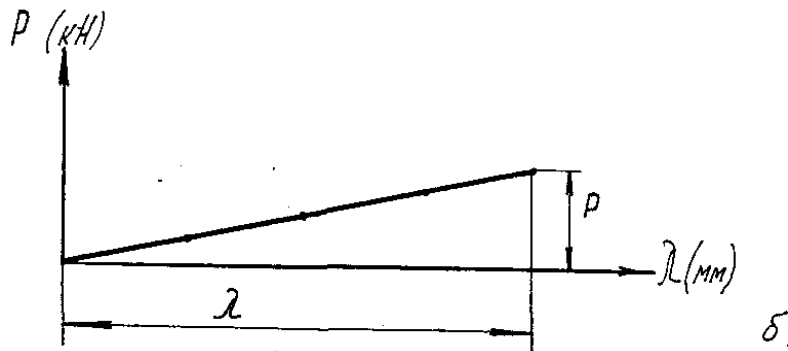
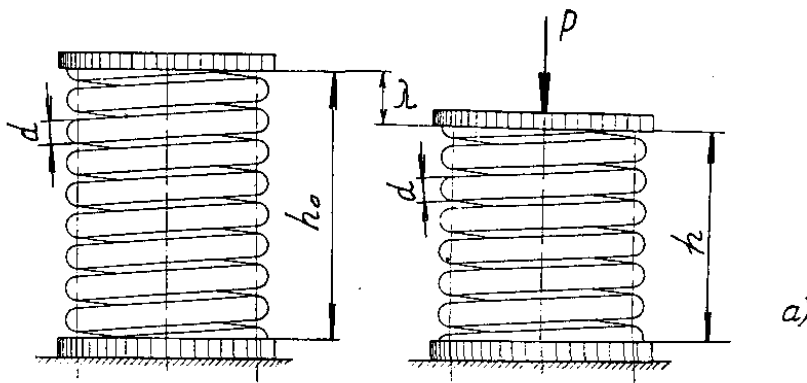


Рисунок 6.8 - Осадка пружины сжатия (а) и ее характеристика (б)

У пружин сжатия из полного числа витков исключается примерно по $\frac{3}{4}$ витка, поскольку эти витки поджаты и свободно деформироваться не могут.

Таким образом, имея характеристику пружины, записанную на разрывной машине, жесткость пружины сжатия определяют отношением нагрузки сжатия к осадке пружины.

Из формулы

(6.16) возможно определение модуля сдвига:

$$G = c \cdot \frac{8D^3 \cdot n}{d^4}, \left[\frac{\text{кГс}}{\text{мм}^2}; \frac{\text{Н}}{\text{мм}^2} = \text{МПа} \right] \quad (6.17)$$

6.4. Порядок выполнения контрольной работы № 6. Расчет прочности винтовых пружин с малым шагом витков

Контрольная работа предусматривает расчет пружины сжатия, показанной на рисунке 6.3 и выполняется в следующей последовательности.

1. В соответствии с заданным вариантом по таблице 6.1 определить и записать характеристики P_2 , P_3 и основные размеры D , d , t , H_0 , F_2 , F_3^* , число рабочих витков n и полное число витков n_1 в табличной форме.

2. По таблице 6.2 по силе пружины P_3 и диаметру проволоки (прутка) d подобрать класс и разряд пружины.

3. Определить по формуле (6.10) коэффициент K .

4. Определить максимальные касательные напряжения в опасной точке А прутка пружины по формуле (6.13) от нагрузки P_3 .

5. Проверить условие прочности пружины. Для этого по таблицам 5.3 и 5.4. подобрать механические свойства пружинной стали с пределом прочности выше получившейся величины максимальных касательных напряжений. Определить допускаемые касательные напряжения по формуле (6.14) и проверить, выполняется ли условие прочности по касательным напряжениям для выбранного материала пружины.

6. Если условие прочности не выполняется, уточнить класс и разряд пружины, а затем вновь подобрать материал и проверить выполнение условия прочности.

7. Определить осадку пружины при предварительном нагружении P_1 , при рабочей деформации P_2 , при максимальной деформации P_3 .

8. Определить жесткость пружины по формуле (6.16).

9. Определить упругую постоянную материала пружины – модуль сдвига G по формуле (6.17);
10. Сравнить расчетную величину модуля сдвига со справочными значениями для разных марок пружинных материалов.
11. Начертить пружину сжатия, как показано на рисунке 6.3 с указанием размеров, усилий и деформаций рассчитанной пружины.
12. Определить угол подъема витков по формуле (6.2), который не должен превышать 5° , (Таблица 6.5).

**Таблица 6.1- Характеристики пружин сжатия
(ГОСТ 18793-80 «Пружины сжатия. Конструкция и размеры»)**

Вариант	Р ₂ , Н (кгс)	Р ₃ , Н (кгс)	Размеры в мм						Число витков пружины	
			D	d	t	H ₀	F ₂	F ₃ *	рабочих, n	полное, n ₁
1	8,0 (0,8)	10,0 (1,0)	5	0,50	1,96	14,5	8,19	10,20	7	9
2	8,0 (0,8)	10,0 (1,0)	5	0,50	1,96	20,4	11,70	14,54	10	12
4	8,0 (0,8)	10,0 (1,0)	5	0,50	1,96	26,3	15,21	18,95	13	15
5	11,2 (1,12)	14,0 (1,4)	6	0,60	2,30	30,8	17,68	22,11	13	15
6	20,0 (2,0)	25,0 (2,5)	8	0,80	3,08	41,2	23,66	29,95	13	15
7	30,0 (3,00)	37,5 (3,75)	10	1,00	3,73	46,3	26,28	32,80	12	14
8	42,5 (4,25)	53,0 (5,30)	11	1,20	3,61	52,3	27,02	33,73	14	16
9	63,0 (6,3)	80,0 (8,0)	17	1,60	6,06	75,1	42,12	53,51	12	14
10	85,0 (8,5)	106,0 (10,6)	12	1,60	3,42	29,8	11,68	14,55	8	10
11	100,0 (10,0)	125,0 (12,5)	15	1,80	4,54	79,9	37,23	46,57	17	19
12	140,0 (14,0)	170,0 (17,0)	16	2,00	4,92	81,7	38,40	46,65	16	18
13	150,0 (15,0)	190,0 (19,0)	18	2,20	5,40	89,7	40,32	51,11	16	18
14	190,0 (19,0)	236,0 (23,6)	20	2,50	5,74	95,6	41,76	51,81	16	18
15	250,0 (25,0)	315,0 (31,5)	25	3,00	7,14	118,7	52,64	66,26	16	18
16	315,0 (31,5)	400,0 (40,0)	20	3,00	5,43	75,1	24,83	31,59	13	15
17	315,0 (31,5)	400,0 (40,0)	20	3,00	5,43	102,2	34,38	43,74	18	20
18	335,0 (33,5)	425,0 (42,5)	28	3,50	7,67	135,7	55,76	70,83	17	19
19	400,0 (40,0)	500,0 (50,0)	24	3,50	6,38	126,5	43,70	54,63	19	21
20	400,0 (40,0)	500,0 (50,0)	36	4,00	10,40	182,8	87,04	108,83	17	19
21	425,0(42,5)	530,0 (53,0)	22	3,50	5,74	114,3	34,01	42,48	19	21
22	500,0 (50,0)	630,0 (63,0)	28	4,00	7,40	131,8	45,90	57,83	17	19
23	560,0 (56,0)	710,0 (71,0)	25	4,00	6,57	117,7	34,51	43,67	17	19
24	710,0 (71,0)	900,0 (90,00)	38	4,50	12,73	197,8	97,50	123,51	15	17
25	800,0 (80,0)	1000,0(100,0)	34	4,50	10,76	168,2	75,15	93,93	15	17
26	950,0 (95,0)	1180,0 (118,0)	28	5,00	11,79	196,1	87,36	108,57	16	18
27	1000,0 (100)	1250,0 (125,0)	36	5,00	10,96	182,9	76,32	95,33	16	18
28	1120,0(112,0)	1400,0 (140,0)	32	5,00	9,41	167,5	60,01	74,95	17	19
29	1250,0 (125,0)	1600,0 (160,0)	28	5,00	8,12	137,4	38,88	49,83	16	18
30	1400,0 (140,0)	1800,0 (180,0)	34	5,00	10,06	219,5	74,34	95,64	21	23

Таблица 6.2 - Классификация пружин сжатия и растяжения

Класс	Разряд	Сила пружины P_3 , Н	Диаметр d , мм	Материал		Твердость после термообработки HRC	Макс. касательное напряжение*, МПа
				Марка стали	Стандарт на заготовку		
I	1	1 - 850	0,2 - 5,0	ГОСТ 1050 и ГОСТ 1435	Проволока класса I	-	0,3R _m
	2	1 - 800			Проволока класс II и II A		
		22,4 - 800	1,2 - 5,0	51ХФА-Ш по ГОСТ 14959	Проволока ГОСТ 1071		0,32R _m
	3	140 - 60000	3,0 - 12,0	60С2А, 65С2ВА, ГОСТ 14959	Проволока ГОСТ 14963	47,5...53,5	560
				51ХФА по ГОСТ 14959	Проволока ГОСТ 14963	45,5...51,5	
	4	2800 - 180000	14 - 70	60С2А, 70С3А, 60С2, 60С2ХФА, ГОСТ 14959	Сталь ГОСТ 2590	44,0...51,5	480
II	1	1,5 - 1400	0,2 - 5,0	ГОСТ 1050 и ГОСТ 1435	Проволока класса I	-	0,5R _m
	2	1,25 - 1250			Проволока класса II и IIA		
		37,5 - 1250	1,2 - 5,0	51ХФА-Ш ГОСТ 14959	Проволока ГОСТ 1071		0,52R _m
	3	236 - 10000	3,0 - 12,0	60С2А, 65С2ВА ГОСТ 14959	Проволока ГОСТ 14963	47,5...53,5	960
				65Г ГОСТ 14959	Проволока ГОСТ 2771		
				51ХФА ГОСТ 14959	Проволока ГОСТ 14963	45,5...51,5	
	4	4500 - 280000	14 - 70	60С2А, 60С2, 51ХФА, 65Г, 60С2ХФА, ГОСТ 14959	Сталь горячекат. круглая ГОСТ 2590	44,0...51,5	800
III	2	315 - 14000	3,0 - 12,0	60С2А, 65С2ВА, 70С3А ГОСТ 14959	Проволока ГОСТ 14963	54,5...58,0	1359
	3	6000 - 20000	14 - 25		Сталь ГОСТ 2590	51,5...56,0	1050

1. * $R_m = \sigma_B$ - предел прочности пружинных материалов.
2. Проволока класса I, II и IIA соответствует ГОСТ 9389.

Таблица 6.3 - Механические свойства пружинной стали
(ГОСТ 14959-2016.Metalloпродукция из рессорно-пружинной
нелегированной и легированной стали. Технические условия)

Марка стали	Режим термообработки				Механические свойства			
	Закалка		Отпуск					
	Темпе- ратура нагрева, °С	Среда охла- ждения	Темпе- ратура нагрева, °С	Среда охла- ждения	σ _т , Н/мм ²	σ _в , Н/мм ²	δ. %	ψ. %
65	830	Масло	470	Воздух	785	980	10	35
70	830	Масло	470	Воздух	835	1030	9	30
75	820	Масло	470	Воздух	885	1080	9	30
80	820	Масло	470	Воздух	930	1080	8	30
85	820	Масло	470	Воздух	980	1130	8	30
60Г	830	Масло	470	Воздух	785	980	8	30
65Г	830	Масло	470	Воздух	785	980	8	30
70Г	830	Масло	470	Воздух	835	1030	7	25
75Г	830	Масло	470	Воздух	885	1080	7	25
80Г	830	Масло	470	Воздух	935	1110	7	25
85Г	830	Масло	470	Воздух	980	1130	6	25
40С2А	870	Вода	470	Воздух	1020	1170	10	35
50ХГ	850	Масло	470	Воздух	1175	1270	7	35
50ХГА	850	Масло	470	Воздух	1175	1270	7	35
50ХФА	850	Масло	470	Воздух	1080	1270	8	35
50ХГФА	850	Масло	470	Воздух	1325	1420	6	35
55С2	870	Масло	470	Воздух	1175	1270	6	30
55С2А	870	Масло	470	Воздух	1175	1270	6	30
55ХГР	850	Масло	470	Воздух	1175	1270	7	35
55С2ГФ	870	Масло	470	Воздух	1375	1570	6	25
60С2	870	Масло	470	Воздух	1175	1270	6	25
60С2А	870	Масло	420	Воздух	1375	1570	6	20

Таблица 6.4 Механические свойства материалов, применяемых для изготовления пружин

Материал	Марка	Предел прочности		Относительное удлинение δ,%
		растяжение σ _в . МПа	кручение τ, МПа	
Углеродистые стали	65	1000	800	9
	70	1050	850	8
	75	1100	900	7
	85	1150	1000	6
Рояльная проволока	—	2000 - 3000	1200-1800	2-3
Холоднокатаная пружинная проволока	Н	1000-1800	600-1000	
	П	1200-2200	700-1300	
	В	1400-2800	800-1600	
Марганцовистые стали	65 Г	700	400	8
	55ГС	650	350	10
Хромованадиевая сталь	50ХФЛ	1300	1100	
Коррозионно-стойкая сталь	40Х13	1100	800	12
Кремнистые стали	55С2	1300	1200	6
	60С2А			5
	70С3А	1800	1600	
Хромомарганцовистые стали	50ХГ	1300	1100	5
	50ХГА		1200	6
Никель-кремниевая сталь	60С2Н2А	1800	1600	5
Хромокремневанадиевая сталь	60С2ХФА	1900	1700	
Вольфрамокремниевая сталь	65С2ВА			
Оловянистоцинковая бронза	Бр04Ц3	800 - 900	500-550	1-2
Кремнемарганцовистая бронза	БрК3Мц1			
Бериллиевые бронзы	БрБ2	800-1000	500 - 600	3-5
	БрБ2,5			

Таблица 6.5 - Значения тангенсов

A	0'	6'	12'	18'	24'	30'	36'	42'	48'	54'	60'		1'	2'	3'
											0,00	90 ⁰			
0⁰	0,00	0017	0035	0052	0070	0087	0105	0122	0140	0157	0175	89 ⁰	3	6	9
1⁰	0175	0192	0209	0227	0244	0262	0279	0297	0314	0332	0349	88 ⁰	3	6	9
2⁰	0349	0367	0384	0402	0419	0437	0454	0472	0489	0507	0524	87 ⁰	3	6	9
3⁰	0524	0542	0559	0577	0594	0612	0629	0647	0664	0682	0699	86 ⁰	3	6	9
4⁰	0699	0717	0734	0752	0769	0787	0805	0822	0840	0857	0,0875	85 ⁰	3	6	9
5⁰	0,0875	0892	0910	0928	0945	0963	0981	0998	1016	1033	1051	84 ⁰	3	6	9
6⁰	1051	1069	1086	1104	1122	1139	1157	1175	1192	1210	1228	83 ⁰	3	6	9
7⁰	1228	1246	1263	1281	1299	1317	1334	1352	1370	1388	1405	82 ⁰	3	6	9
8⁰	1405	1423	1441	1459	1477	1495	1512	1530	1548	1566	1584	81 ⁰	3	6	9
9⁰	1584	1602	1620	1638	1655	1673	1691	1709	1727	1745	0,1763	80 ⁰	3	6	9
10⁰	0,1763	1781	1799	1817	1835	1853	1871	1890	1908	1926	1944	79 ⁰	3	6	9
11⁰	1944	1962	1980	1998	2016	2035	2053	2071	2089	2107	2126	78 ⁰	3	6	9
12⁰	2126	2144	2162	2180	2199	2217	2235	2254	2272	2290	2309	77 ⁰	3	6	9
13⁰	2309	2327	2345	2364	2382	2401	2419	2438	2456	2475	2493	76 ⁰	3	6	9
14⁰	2493	2512	2530	2549	2568	2586	2605	2623	2642	2661	0,2679	75 ⁰	3	6	9
15⁰	0,2679	2698	2717	2736	2754	2773	2792	2811	2830	2849	2867	74 ⁰	3	6	9
16⁰	2867	2886	2905	2924	2943	2962	2981	3000	3019	3038	3057	73 ⁰	3	6	9
17⁰	3057	3076	3096	3115	3134	3153	3172	3191	3211	3230	3249	72 ⁰	3	6	10
18⁰	3249	3269	3288	3307	3327	3346	3365	3385	3404	3424	3443	71 ⁰	3	6	10
19⁰	3443	3463	3482	3502	3522	3541	3561	3581	3600	3620	0,3640	70 ⁰	3	7	10

6.5. Контрольные вопросы для самопроверки знаний по расчету пружин

1. Виды винтовых цилиндрических пружин.
2. Какую роль выполняют пружины в конструкциях?
3. Какие внутренние усилия возникают в прутке пружин сжатия-растяжения?
4. Что такое жесткость пружины и как она определяется?
5. Что такое характеристика пружины?
6. Какие напряжения возникают в прутке (проволоке) пружин сжатия-растяжения и в каких точках сечения прутка они достигают максимального значения.

ЛИТЕРАТУРА

- 1.Беляев Н.М. Сопротивление материалов. М.: «Альянс», 2014. – 608 с.
- 2.ГОСТ 8239-89. Двутавры стальные горячекатаные. Сортамент.
- 3.ГОСТ 8240-97. Швеллеры стальные горячекатаные. Сортамент.
- 4.ГОСТ 13764-86 Пружины винтовые цилиндрические сжатия и растяжения из стали круглого сечения. Классификация
- 5.ГОСТ 14959-2016. Металлопродукция из рессорно-пружинной нелегированной и легированной стали. Технические условия.
- 6.ГОСТ 18793-80 Пружины сжатия. Конструкция и размеры.
- 7.Долинский Ф.В., Михайлов М.Н. Краткий курс сопротивления материалов. – М.: Высшая школа, 1988. - 202 с.
8. Качурин В.К. Сборник задач по сопротивлению материалов. Учебник М.: «Альянс», 2014. – 432 с.
9. Коновалов А.Б., Кириленко А.Л., Аввакумов М.В. Сварные соединения: учебное пособие / ГОУВПО СПбГТУРП. - СПб., 2010. - 97 с.
10. Костенко Н.А. и др. Сопротивление материалов. - М.: Высшая школа, 2004. - 430 с.
11. Миролубов И.И. Пособие к решению задач по сопротивлению материалов. М.: «Высшая школа», 1985.
12. Павлов П.А., Паршин Л.К., Мельников Б.Е. Сопротивление материалов. Учебное пособие. С-Пб.: «Лань», 2003. - 528 с.
13. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. М.: «Наука», 1986. - 512 с.

Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации

Ангарский государственный технический университет
Кафедра «Управление на автомобильном транспорте»

**РАСЧЕТ НА ПРОЧНОСТЬ ПРОСТЕЙШИХ
ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ**

Отчет

по выполнению контрольных работ по дисциплине
СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛОВ

Вариант задания №.....

Выполнил:

Студент группы

Ф.И.О.

« » _____ 20... г.

Проверил:

Должность (доцент, профессор)

Ф.И.О.

« » _____ 20... г.

Ангарск 20....

Приложение 2

Варианты заданий к контрольной работе

Каждый студент определяет номер своего варианта по таблице вариантов заданий, (см. ниже). Для этого следует найти в таблице колонку, соответствующую предпоследней цифре номера своей зачетной книжки, и строку, соответствующую последней цифре номера своей зачетной книжки. На пересечении этих двух колонок находится номер, варианта который необходимо выполнить студенту.

Таблица вариантов заданий к контрольной работе

Предпоследняя цифра номера зачетной книжки										Последняя цифра номера зачетной книжки
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
Номер варианта										
35	34	33	32	31	30	29	28	27	26	9
25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	8
15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	7
5	4	3	2	1	35	34	33	32	31	6
30	29	28	27	26	25	24	23	22	21	5
20	19	18	17	16	15	14	13	12	11	4
10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	3
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	2
25	24	23	22	21	20	19	18	17	16	1
15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	0

Черепанов Анатолий Петрович

Расчет на прочность простейших элементов конструкций.
Учебно - методическое пособие по дисциплине «Сопротивление
материалов» для студентов технических и строительных специ-
альностей очной и заочной форм обучения.